

Uppgifter inför KS1 den 10 feb 2011. Matematik II för CL.

1. Utför matrismultiplikationen ABC om $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Fyll i det som saknas $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & \bullet \\ 1 & \bullet \\ \bullet & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \bullet & 7 & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 5 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0 \end{pmatrix}$

3. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix}$

4. Beräkna determinanterna a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -9 & 17 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

5. Lös med Gausselimination:

a) $\begin{aligned} 2x + 2y + 2z &= 0 \\ -2x + 5y + 2z &= 1 \\ 8x + y + 4z &= -1 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} -2b + 3c &= 1 \\ 3a + 6b - 3c &= -2 \\ 6a + 6b + 3c &= 5 \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 2x + 4y - 3z &= 1 \\ 3x + 6y - 5z &= 0 \end{aligned}$

6. För vilka värden på konstanten a har följande system ingen lösning? Precis en lösning? Oändligt många lösningar?

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 4 \\ 3x - y + 5z &= 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z &= a + 2 \end{aligned}$$

7. Lös för ekvationssystemen:

a) $\begin{cases} ax + by = a \\ 2bx - ay = b \end{cases}$ (använd Cramers regel)

b) $\begin{cases} 4x + ay = a + 2 \\ ax + y = 2 \end{cases}$ för olika värden på a

c) Bestäm det värde på a för vilket ekvationssystemet saknar entydig lösning.

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + ay - 2z = 3 \\ -x + y + z = b \end{cases}$$

8. Använd Cramers regel för att lösa ut endast y (utan att lösa ut x,z och w).

$$\begin{cases} 4x + y + z + w = 6 \\ 3x + 7y - z + w = 1 \\ 7x + 3y - 5z + 8w = -3 \\ x + y + z + 2w = 3 \end{cases}$$

9. Sätt $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Beräkna AB^T . Beräkna $(AB)^T$

10. Lös matrisekvationerna

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 4 & -8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Facit:

$$1. \begin{pmatrix} 18 & 15 \\ 46 & 39 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} -25 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 7 & 3 \\ -9 & 1 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. a) -4 b) 0

4. a) 0 b) 3

5. a) $x = -1/7 - 3/7t$, $y = 1/7 - 4/7t$, $z = t$

b) olöslig

c) $x=1$, $y=2$, $z=3$

6. $a=-4$ ingen; $a \neq \pm 4$ precis en lösning; $a=4$ oändligt många.

7a) $x = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + 2b^2}$, $y = \frac{ab}{a^2 + 2b^2}$

b) $a \neq \pm 2 : x = \frac{1}{2+a}$, $y = \frac{4+a}{2+a}$

$a = 2 : x = t$, $y = 2 - 2t$, dvs oändligt många lösningar,
 $a = -2$: lösning saknas.

c) $a = -1$

8. $y=0$

9. $(-6 \ -7 \ 4)$, $(-6, -4, 5)^T$

10. a) $\begin{pmatrix} 0 & 17 & -5 \\ 1 & -9 & 4 \\ 1 & 58 & -20 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 5 - 2s & 2 - 2t \\ -3 + s & 2 + t \\ s & t \end{pmatrix}$