

Seminarium 4 i kursen SF1625 Envariabelanalys

1. Beräkna arean av det begränsade område som innesluts av kurvorna:

A. $y = \sqrt{x}$ och $y = x^2$

B. $y = x\sqrt{2-x}$ och $y = -x\sqrt{2-x}$

C. Om $f(x)$ är positiv och kontinuerlig då $a \leq x \leq b$, förklara varför arean mellan kurvan $y = f(x)$ och x -axeln ges av $\int_a^b f(x) dx$.

Kap 7.1 handlar om areabestämning med hjälp av integraler. Kap 6.1 och 6.2 innehåller integralens definition och Riemannsummor och här står också en del om area.

2. Beräkna volymen av den rotations kropp som genereras då

A. området mellan kurvan $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, och x -axeln roteras ett varv runt x -axeln.

B. området mellan kurvan $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, och x -axeln roteras ett varv runt y -axeln.

C. Förklara varför volymen som genereras när $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, roteras runt x -axeln ges av formeln $\int_a^b \pi(f(x))^2 dx$. Förklara varför volymen som genereras när $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, roteras runt y -axeln ges av formeln $\int_a^b 2\pi x f(x) dx$. Vilka krav bör man ställa på funktionen f för att formlerna ska fungera?

Kap 7.3 handlar om rotationsvolym. Om Riemannsummor står i kap 6.2.

3. Beräkna längden av kurvan $y = \cosh x$, $0 \leq x \leq 1$. Om du använder en formel för längden av kurvan, glöm inte förklara varför formeln ser ut som den gör!

Se kap 7.4 Glöm inte att rita figur när du förklarar formeln! Läs om de hyperboliska funktionerna i kapitel 1.11.

4. En 10 meter hög cylinder med radien 4 meter är packad med ett material så att densiteten på höjden h meter över botten ges av $\ln(15 - h)$ kilogram per kubikmeter, där $0 \leq h \leq 10$. Beräkna materialets massa.

Dela in i små bitar och räkna på massan av varje bit, se om Riemannsummor i kap 6.2.

5. A. Bestäm definitionsområde (domän) för var och en av de två funktionerna $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{-32 - x}$ och $g(x) = \sqrt{-x^2 - 32x}$.

B. Beräkna den area som dessa funktioner naturligen definierar, nämligen arean under grafen.

Det kan löna sig att skissa funktionsgrafan och försöka förenkla kurvans ekvation.

6. Frivillig uppgift.

A. Beräkna $\int_2^{\infty} \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x}}$.

B. Är serien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+2)\sqrt{k}}$ konvergent? Vad kan du i så fall säga om summan?

Läs om integraler och summor och serier i kapitel 7.9. Mer om serier finns i kompendiet som kan laddas ner från kurshemsidan.

7. Frivillig uppgift. En tråds vänstra ände är festsatt i origo. Bestäm trådens högra fästpunkt om trådens längd är 1 längdenhet och dess lutning i punkten (x, y) är $\sqrt{e^{2x} - 1}$.

Ovanstående uppgifter ska lösas inför seminarietillfälle 4. Till seminariet ska man ha med sig lösningar på dessa uppgifter, skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Lösningarna (med undantag för uppgift 1) ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå era lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar ni inför, använd vårt svenska språk för att förklara hur ni resonerar!

Vid seminariet kommer lösningarna att behandlas och diskuteras. Exempel på vad som kan hända: några uppgifter samlas in och rättas av lärare, några uppgifter kamraträttas, dvs rättas av andra studenter, några uppgifter blir lösta på tavlan av studenter (t ex av dig!). Precis vad som ska hända och vad du ska göra får du veta när du kommer dit. Men du måste vara så förberedd att du kan förklara alla dina lösningar framme vid tavlan inför de andra studenterna.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir du om du både närvarar vid hela seminarietillfället och på ett korrekt och bra sätt utför de uppgifter du blir tilldelad, dvs räknar och förklarar vid tavlan, rättar andra studenters lösningar, lämnar in korrekta och välskrivna lösningar osv.

Godkänd på hela seminarieserien blir du om du är godkänd på minst 4 av de 6 seminarietillfällena. Klarar du det får du automatiskt 3 poäng på uppgift 3 vid det ordinarie skriftliga tentamenstillfället och det ordinarie omtentamenstillfället (och endast vid dessa tillfällen). Väl godkänd blir du om du är godkänd på alla 6 seminarietillfällena och du får då på motsvarande sätt automatiskt 4 poäng på uppgift 3. Om du har 3 poäng på uppgiften genom seminarierna och vill höja till 4 poäng behöver du göra hela uppgiften korrekt vid tentamen.

Det är tillåtet att samarbeta med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Var och en ska skriva sina egna lösningar. Och observera detta: det räcker inte att du har med dig lösningar, du ska i detalj kunna förklara varje steg i lösningarna. Om du inte muntligt och skriftligt ordentligt kan förklara din egen lösning riskerar du att inte bli godkänd!