KTH Matematik
Examinator Lars Filipsson

SF1625 Envariabelanalys
Lite tentamensrepetition

På sidan Kurs-PM står målen med den här kursen. Dessa ska man ta på allvar, tentan kommer att avspegla kursmålen väl. De rekommenderade uppgifterna i övningsboken och seminarieuppgifterna ger en väldigt tydlig indikation på vilken nivå man ska uppnå för godkänt betyg. Uppgift 1 och 2 på tentan svarar mot kontrollskrivningarna, övriga uppgifter på tentan är tänkta att vara något svårare.

De frivilliga uppgifterna på seminarierna antyder hur kraven för högre betyg ser ut. Observera att det finns särskilda punkter i kursmålen för de högre betygen, men glöm inte att högrebetygsuppgifterna kan variera mycket, de ska inte vara så förutsägbara.

Bra att komma ihåg: kapitel 7, 8 och 9 finns inte med på kontrollskrivningarna. Det är alltså stor sannolikhet för att dessa kapitel finns med på tentan. När det gäller differentialekvationer (kapitel 8) så räcker det att kunna lösa linjära sådana med konstanta koefficienter och enkelt högerled (separabla ekvationer ingår t ex inte).

När man kan de grundläggande metoderna och har löst de rekommenderade uppgifterna i övningsboken och är säker på seminarieuppgifterna så kan man t ex gå vidare med följande uppgifter:

1. Ur Persson och Böiers övningsbok: 3.23, 4.20, 4.21, 4.31, 6.23, 7.4, 7.6, 7.54, 8.18, 8.53, 9.13.

Några exempel på tänkbara högrebetygsuppgifter:

2. Bestäm den positiva konstanten a så att funktionen
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+ax^2)}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$$
blir kontinuerlig i origo. (Svar: a=1)

3. Låt $F(x) = \int_0^x e^{t^2}\,dt$. Bestäm ett närmevärde till $F(0.2)$ med ett fel som till beloppet är mindre än $5 \cdot 10^{-2}$. (Lösning: Maclaurinutveckla F och se att $F(x) \approx x$ och kolla felet. Alternativ: maclaurinutveckla e^{t^2} och integrera dess maclaurinpolynom från 0 till 0.2, integralen av resttermen i taylorutvecklingen ger noggrannheten)

4. Låt a vara en positiv konstant. Visa att serien $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{a+k^2}$ är konvergent och att

$$\frac{\pi}{2\sqrt{a}} \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{a+k^2} \leq \frac{\pi}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{a}.$$

(Lösningside: enligt Cauchys integralkriterium kan serien jämföras med integralen $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{a+x^2}$)

5. Bevisa med hjälp av derivatans definition att derivatan av $\dfrac{1}{x}$ är $-\dfrac{1}{x^2}$. (se liknande exempel i boken)

6. Formulera och bevisa produktregeln för derivator. (se boken)