



KTH Teknikvetenskap

**SF1625 Envariabelanalys
Modelltentamen 2
Läsåret 2010-2011**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Inga

Examinator: Lars Filipsson

Kursansvariga lärare: Jockum Aniansson, Kristian Bjerklöv, Karim Daho, Tomas Ekholm, Lars Filipsson, Armin Halilovic, Jens Hoppe, Göran Hulth, Axel Hultman, Kirsti Mattila, Serguei Shimorin, Jan-Olov Strömberg.

Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng.

På uppgifterna 1-3, som utgör del A, är det endast möjligt att få 0, 3 eller 4 poäng. Dessa tre uppgifter kan ersättas med resultat från den löpande examinationen. De två kontrollskrivningarna svarar mot uppgift 1 och 2 och seminarierna mot uppgift 3. Godkänd kontrollskrivning eller godkänd seminariererie ger 3 poäng på motsvarande uppgift och väl godkänd kontrollskrivning eller seminariererie ger 4 poäng. För att höja poängen från den löpande examinationen från 3 till 4 poäng krävs att hela uppgiften löses korrekt. Resultatet från den löpande examinationen kan endast tillgodoräknas vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för den aktuella kursomgången.

Uppgifterna 4-6 utgör del B och uppgifterna 7-9 utgör del C. Del C är främst till för de högre betygen.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av:

Betyg:	A	B	C	D	E	Fx
Poängsumma:	27	24	21	18	16	15
Poäng del C:	6	3	-	-	-	-

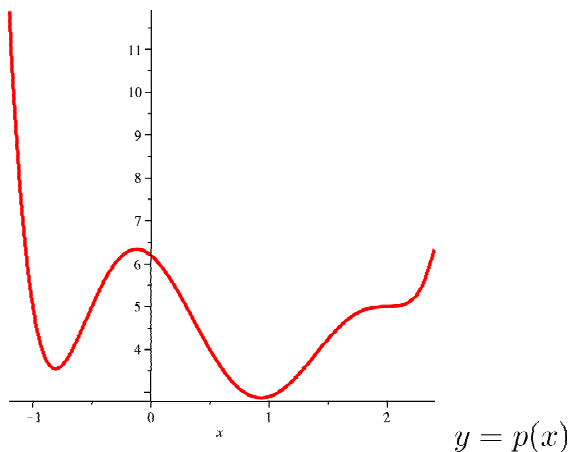
För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar förklaras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng. *Lycka till!*

————— DEL A —————

1. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = 3x^3 + 16|x - 1|$ och skissa kurvan $y = f(x)$.
2. Betrakta integralen $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.
A. Skriv om integralen med hjälp av variabelsubstitutionen $t = \cos x$.
B. Beräkna integralen med hjälp av omskrivningen i A.
3. Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår då området $0 \leq y \leq \sqrt{x} \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, roterar ett varv kring x -axeln. Ge också en förklaring till varför beräkningsformeln ser ut som den gör.

————— DEL B —————

4. Här nedan ser du grafen till ett sjättegradspolynom p , dvs du ser kurvan $y = p(x)$. Gör med ledning av detta en grov skiss av kurvan $y = p'(x)$.



5. Lektor Hektor Sektor gillar sitt kaffe lagom varmt, dvs högst 60 grader. När det kommer ur kaffeautomaten på matematikinstitutionen håller det 90 grader celsius. Efter en minut är det 88. Om avsvåningstakten är proportionell mot skillnaden i temperatur mellan kaffet och rummet (som håller 20 grader), när kan han börja dricka?
6. I vilken mening är $\int_5^\infty \frac{3}{x^2 - 3x} dx$ en generaliserad integral? Är den konvergent? Beräkna den!

————— - DEL C —————

7. Enligt Newton-Raphsons metod för att lösa ekvationen $f(x) = 0$ så fås successiva approximationer till lösningen enligt formeln $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. Förklara hur denna formel hänger ihop med idén bakom Newton-Raphsons metod: linjär approximation.
8. Är $p(x) = x - x^3$ en god approximation till $f(x) = \int_0^x e^{-3t^2} dt$?
9. Betrakta differentialekvationen $x''(t) + x(t) = 2 \cos kt$.
- A. Ge exempel på ett fysikaliskt förlopp som modelleras av denna typ av differentialekvation.
- B. För vilka k har ekvationen en lösning $x(t)$ sådan att $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ existerar?
- C. Ge exempel på en sådan lösning.