



KTH Teknikvetenskap

**SF1625 Envariabelanalys  
Modelltentamen 3  
Läsåret 2010-2011**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Inga

Examinator: Lars Filipsson

Kursansvariga lärare: Jockum Aniansson, Kristian Bjerklöv, Karim Daho, Tomas Ekholm, Lars Filipsson, Armin Halilovic, Jens Hoppe, Göran Hulth, Axel Hultman, Kirsti Mattila, Serguei Shimorin, Jan-Olov Strömberg.

Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng.

På uppgifterna 1-3, som utgör del A, är det endast möjligt att få 0, 3 eller 4 poäng. Dessa tre uppgifter kan ersättas med resultat från den löpande examinationen. De två kontrollskrivningarna svarar mot uppgift 1 och 2 och seminarierna mot uppgift 3. Godkänd kontrollskrivning eller godkänd seminariererie ger 3 poäng på motsvarande uppgift och väl godkänd kontrollskrivning eller seminariererie ger 4 poäng. För att höja poängen från den löpande examinationen från 3 till 4 poäng krävs att hela uppgiften löses korrekt. Resultatet från den löpande examinationen kan endast tillgodoräknas vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för den aktuella kursomgången.

Uppgifterna 4-6 utgör del B och uppgifterna 7-9 utgör del C. Del C är främst till för de högre betygen.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av:

Betyg:	A	B	C	D	E	Fx
Poängsumma:	27	24	21	18	16	15
Poäng del C:	6	3	-	-	-	-

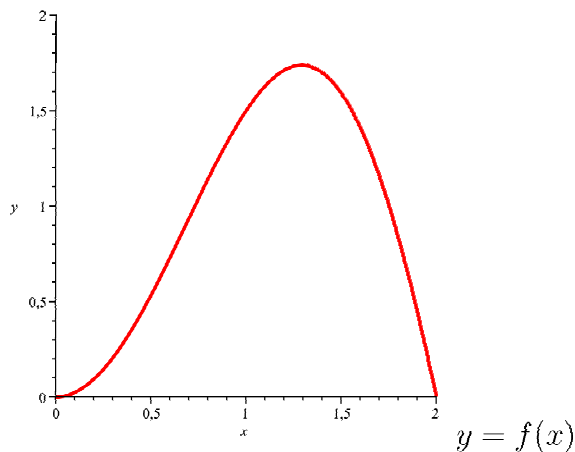
För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng. *Lycka till!*

————— - DEL A —————

1. Bestäm värdemängden till funktionen  $f(x) = 2 \arctan x - \ln(1 + x^2)$ .
2. Beräkna med partiell integration integralen  $\int_1^2 x^4 \ln x \, dx$ .
3. Låt  $f(x) = \ln |\sin x|$ . Beräkna  $f'''(x)$ . För vilka  $x$  existerar  $f'''(x)$ ?

————— - DEL B —————

4. Kurvorna  $y = x^2 + ax + b$  och  $y = cx - x^3$  har gemensam tangentlinje i punkten  $(1, 0)$ . Bestäm  $a$ ,  $b$  och  $c$ .
5. Hur många reella lösningar har ekvationen  $x^3 + x^2 + x - 2 = 0$ ? Hitta ett intervall av längd  $1/4$  som innehåller en lösning.
6. Här nedan ser du grafen  $y = f(x)$  till en kontinuerlig funktion  $f$ . Gör med ledning av detta en grov skiss av kurvan  $y = g(x)$ , där  $g(x) = \int_0^x f(t) \, dt$ .



————— - DEL C —————

7. A. Utgå från produktregeln för derivator och förklara hur och varför partiell integration fungerar. Ge också ett exempel.  
B. Utgå från kedjeregeln för derivator och förklara hur och varför variabelsubstitution i integraler fungerar. Ge också ett exempel.
8. A. Definiera vad som menas med derivatan av en funktion  $f(x)$  i en punkt  $x_0$ .  
B. Använd derivatans definition för att bestämma  $f'(x)$  då  $f(x) = \sqrt{x+4}$ .  
Trixtips: förläng med konjugatet.

9. Betrakta differentialekvationen  $x'(t) = -t + (x(t))^2$  med begynnelsevärdet  $x(0) = 1$ . Det finns inget enkelt sätt att lösa differentialekvationen analytiskt, men vi kan approximera lösningen genom Taylorutveckling.
- A. Använd differentialekvationen för att bestämma  $x'(0)$ .
  - B. Bestäm Taylorpolynomet av grad 3 i origo till  $x(t)$ .