

Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg

KTH-Matematik

SF1633, Differentialekvationer I, hösten 2010. Inlämningsuppgift 1.

Laplacetransformation, Fourier-serier och partiella differentialekvationer.

Parametrarna a , b och c är de tre, från noll skilda, första siffrorna i personnumret hos den person som står överst.

Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.

Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + a^2y = U(t - \frac{b}{2})\cos at \text{ som uppfyller villkoren } y(0) = 2(a + b + c) \text{ och } y'(0) = 4ab.$$

$U(t)$ är Heavisides stegfunktion. Bestäm även $y(\frac{b}{2})$.

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + b^2y = b(t - b)$

som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b^2$ och $y'(0) = a + b + c$.

Beräkna även y' för $t = \frac{b}{2}$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

3. Bestäm $f(t)$ då $f(t) = 2a \int_0^t \cos au f(t-u) du + (a+b)\sin at$, $t > 0$.

Bestäm vidare $f(0)$.

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$\frac{u}{x} = (a + b + c)\frac{u}{y} + (b + c)u$$

som uppfyller villkoren $u(x,0) = (a + 3b + c)e^{2x} + (2a + b + c)e^{-4x}$.

5. Betrakta funktionen given av

$$h(x) = \begin{cases} c + \frac{x}{a}, & 0 < x < \frac{a}{2} \\ c + \frac{x}{a}, & \frac{a}{2} < x < a \end{cases}$$

Vidare gäller att $h(x + 2a) = h(x)$. Skissera kurvan över några perioder.

Bestäm Fourier-serien hörande till funktionen h .

Bestäm vidare Fourier-seriens värde för $x = \frac{3a}{2}$ och $x = 3a$.

6. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2 \frac{u}{t}$$

Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u(0,t) = u(a,t) = 0$.

Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret

a) $u(x,0) = 4(a + b + c)\sin(abcx) + 2abc \sin(3abcx)$, $0 < x < a$.

b) $u(x,0) = g(x) = c + \frac{x}{a}$, $0 < x < a$.