Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

KTH, Matematik
SF1637, Differentialekvationer, HT 2010.

Inlämningsuppgift

Fourierserier, partiella differentialekvationer, Fouriertransformer.

Parametrarna a, b och c är de tre från noll skilda första siffrorna i personnumret hos den person som står överst. Den inlämnade uppgiften ska bestå av detta försättsblad och lösningarna.
Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$

1. Bestäm Fouriertransformen av
$$f(t) = \begin{cases} a, & -\pi < t \leq 0, \\ b, & 0 < t \leq 2\pi, \\ 0 & \text{för övrigt}. \end{cases}$$

2. Visa att $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin \pi x}{x} dx = \pi/2$. *Tips*: använd ex. 3.1 ur Kompendiet.

3. Använd Fouriertransform för att bestämma den lösningen till värmeledningsekvationen
$a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial u}{\partial t}$, $-\infty < x < \infty,\ t > 0$, som uppfyller $u(x,0) = e^{-|x|}$ för $-\infty < x < \infty$.

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial u}{\partial x} = (a+b+c)\frac{\partial u}{\partial y} + (b+c)u$$
som uppfyller villkoret $u(x,0) = (a+3b+c)e^{2x} + (2a+b+c)e^{-4x}$.

5. Betrakta funktionen
$$h(x) = \begin{cases} c + \frac{x}{a}, & 0 < x < \pi, \\ -c + \frac{x}{a}, & -\pi < x < 0. \end{cases}$$
Vidare gäller att $h(x+2\pi) = h(x)$. Skissera kurvan över några perioder. Bestäm Fourierserien hörande till funktionen h. Bestäm vidare Fourierseriens värde för $x = \frac{3\pi}{2}$ och $x = 3\pi$.

6. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2b^2c^2\frac{\partial u}{\partial t}.$$
Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$. Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret
a) $u(x,0) = 4(a+b+c)\sin(abcx) + 2abc\sin(3abcx),\ 0 < x < \pi$;
b) $u(x,0) = g(x) = c + \frac{x}{a},\ 0 < x < \pi$.