

Namn, linje och årskurs:

**Lappskrivning nr. 1, Partiella differentialekvationer för ME och K,
4 februari 2011, kl. 10.00–11.00.**

- a) Vilken av följande tre serier är den korrekta sinusserien för funktionen $f(x) = 9 - x^2$ på intervallet $0 < x < 3$?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36(1 - (-1)^n)}{n^3 \pi^3} \sin \frac{n\pi x}{6};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{36(1 - (-1)^n)}{n^3 \pi^3} \sin \frac{n\pi x}{3};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{18}{n\pi} + \frac{36(1 - (-1)^n)}{n^3 \pi^3} \right) \sin \frac{n\pi x}{3}.$$

Det är inte nödvändigt att räkna ut koefficienterna, det räcker att tydligt förklara varför två av serierna kan uteslutas.

- b) Med $f(x)$ som i a), lös följande randvärdesproblem för Laplaces ekvation i en kvadrat:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 & \text{för } 0 < x < 3, \quad 0 < y < 3, \\ u(0, y) = u(3, y) = 0 & (0 < y < 3), \\ u(x, 0) = 0 & (0 < x < 3), \\ u(x, 3) = f(x) & (0 < x < 3). \end{cases}$$

Anm. Lösningen av b) tillgodoses även om du väljer fel på a). Lösningförfarandet i b) ska redovisas även om färdiga formler skulle finnas i BETA. Bli inte orolig om svaret blir aningen komplicerat. (Kalla gärna koefficienterna i a) för någonting då du skriver upp svaret på b).)

Lösningar (börja här, fortsatt på baksidan, och sedan på separata papper om det behövs):