Institutionen för matematik, KTH,
Björn Gustafsson

Svar till tentamensskrivning, 2011-03-15,
SF 1648, Partiella differentialekvationer för ME och K.

1.

$$u(x,t) = 20x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{40}{n\pi}(1+4(-1)^n)e^{-2n^2\pi^2 t} \sin \frac{n\pi x}{5}$$

2.

a) $$u(r,\varphi) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} r^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi);$$

b) $$u(r,\varphi) = A + r^2 \cos 2\varphi;$$

c) Noll.

3.

$$u(x,t) = e^{-4|x+2t+\sin t|}.$$

4.

a) $$\begin{cases} T'' - \lambda T = 0, \\ xX'' + X' - \lambda X = 0; \end{cases}$$

b) $$s^2 y'' + s y' + \mu^2 s^2 y = 0$$

(Bessels 0:te ekvation på parametrisk form);

c) $$y(s) = AJ_0(\frac{\alpha_n s}{6}), \quad \lambda = -\frac{\alpha_n^2}{36};$$

d) $$u(x,t) = 5J_0(\frac{\alpha_4 \sqrt{x}}{3}) \cos \frac{\alpha_4 t}{6} + 12 J_0(\frac{\alpha_7 \sqrt{x}}{3}) \cos \frac{\alpha_7 t}{6}.$$

5.

a) $$\psi(x,y,t) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{2} \sin n\pi y \cdot e^{-\frac{i\pi^2\hbar}{2\mu}(\frac{m^2}{4}+n^2)t};$$

b) Som ovan, med

$$A_{mn} = \frac{4}{mna\pi^2}(1 - \cos \frac{m\pi a}{2})(1 - \cos n\pi a);$$

c) ψ sprider omedelbart ut sig.
