

**Några uppgifter inför Tentamen**  
Matematik Baskurs

- (1) Bestäm: a)  $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$ , b)  $\arcsin\left(\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ , c)  $\cos\left(\arccos\frac{8}{9}\right)$ , d)  $\arccos\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ , e)  $\cos(\arcsin v)$ , f)  $\tan(\arccos u)$ .
- (2) Låt  $f(x) = \ln|2x + \sqrt{4x^2 + 9}| + \ln|2x - \sqrt{4x^2 + 9}|$ . Bestäm definitionsmängd och värdemängd till  $f$  och rita kurvan  $y = f(x)$ .
- (3) Finn alla reella lösningar till ekvationen  $x^3 + x^2 - 5x = 5$ .
- (4) Bestäm alla reella tal  $x$  som uppfyller att  $\left|\frac{x-2}{x-3}\right| \leq \frac{1}{2}$ .
- (5) Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller  $x$ ) i utvecklingen av  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{14}$ .
- (6) Lös olikheten  $\frac{x+3}{x-1} < \frac{x+1}{x-3}$ .  
uppfyller olikheten.
- (7) För vilka reella tal  $x$  är det sant att  $\frac{12-10x-2x^2}{x^2-10x-11} \geq 0$ ?  
och för alla  $x$  sådana att  $1 \leq x < 11$ .
- (8) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till  $f(x) = \ln(-(x+4)(x-3))$  och avgör om  $f$  har invers.
- (9) Avgör vilka vinklar  $v$  i intervallet  $\pi/2 < v < 3\pi/2$  som uppfyller att  $\sin(2v + \pi/6) = 1/2$ .
- (10) Finn alla reella lösningar till ekvationen  $\sqrt{24 - 2x} = x$ .
- (11) Vad är koefficienten framför  $x^7$  i polynomet  $p(x) = (3x + 2)^9$ ?
- (12) Förenkla så långt som möjligt uttrycket  $\frac{\ln(e^x)^2 \ln \sqrt{e^{x^2}}}{xe^{\ln(\ln x)}}$ .
18. Bevisa att  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ . (Alla trigonometriska formler och satser du behöver använda på vägen måste härledas).
- (13) Beräkna summorna  $\sum_{k=2}^{50} 5(2k + 2)$  och  $\sum_{k=2}^{10} (2k + 2^k)$ .
- (14) Bestäm inversen, om den finns, till funktionen  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ ,  $x \geq 0$ .
- (15) Avgör om det är sant att  $f(x) = e^{2x}$  har inversen  $g(x) = \frac{1}{2} \ln x$ .
- (16) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $1 + \cos x + \cos 2x = 0$ .  
 $n$  heltal, löser ekvationen.
- (17) Vilka vinklar  $v$  uppfyller att  $\cos^4 v - \sin^4 v = \cos 2v$ ?
- (18) Om du vet att för två vinklar  $u$  och  $v$  gäller att  $\tan u = \tan v$ , vad kan du då säga om  $u$  och  $v$ ?
- (19) Lös ekvationen  $\tan x = \sin x$ .
- (20) Lös ekvationen  $\cos(73x + \pi) = \sqrt{2}/2$ .
- (21) Bestäm inversen, om den finns, till funktionen  $f(x) = \sqrt{3x + 4}$ . Bestäm definitionsmängd och värdemängd till  $f$  och även till  $f^{-1}$  ifall denna existerar.
- (22) Lös ekvationen  $\sin 3x = -\sqrt{3}/2$ .
- (23) Beräkna  $\cos(1593\pi/6)$ .

- (24) Höjden  $y$  över havet (i meter) hos en viss spärrballong varierar med tiden  $t$  (i timmar) enligt formeln  $y = ct + d$  för några konstanter  $c$  och  $d$ . Vid tidpunkten  $t = 0$  var höjden exakt 1000 meter, och en timme senare var höjden 997 meter. Beräkna talen  $c$  och  $d$  och avgör när ballongen når havsytan.
- (25) Bestäm inversen om det finns, till funktionen  $h(x) = \frac{2x+4}{x}$ .
- (26) Är det sant att  $\ln 4711 - \ln 4709 = \ln 2$ ?
- (27) Är det sant att  $23 = \ln e^{\ln 23}$ ?
- (28) Lös ekvationen  $\frac{1}{\ln x} = \ln x$ .
- (29) Lös ekvationen  $\ln x = 1 - \ln(x + 3)$ .
- (30) Lös olikheten  $5 + 4e^x - e^{2x} > 0$ .
- (31) Lös ekvationen  $9^{1-x} = 3^x$ .
- (32) I landet där alla invånare antingen talar sanning hela tiden eller ljuger hela tiden stöter du på ett par urinvånare som heter Artil och Bertil. Artil säger: Jag talar alltid sanning. Bertil säger: Nej nej, vi är båda två ena riktiga lögnare! Vem ska man tro på?
- (33) Beräkna  $\binom{82}{50} - \binom{82}{32}$ .
- (34) Beräkna  $\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \dots + \binom{9}{9}$ .