Institutionen för matematik, KTH
Avd. matematik
TK 26 januari 2012

Diff-int II, del 2, flervariabel för F1, VT 2012

Föreläsningar: Torbjörn Kolsrud, 7906238, kolsrud@math.kth.se,

Övningar:

Erik Duse, duse@kth.se

Per Håkan Lundow, phl@kth.se

Erik Gyllensvärd, erikg@math.kth.se

Kursinnehåll:
Funktioner av flera variabler. Topologiska grundbegrepp i $\mathbb{R}^n$.
Differentierbarhet och linjär approximation av avbildningar.
Partiella derivator, differentialer, gradient.
Kedjeregeln i allmän form. Implicita funktionssatsen.
Lite om iterationer.
Extremproblem med och utan bivillkor.
Multipelintegraler, koordinatbyten,geometriska tillämpningar.
Elementär vektoranalys: Kurv- och ytintegraler.
Gauss', Greens och Stokes' formler.

Kursbok: Kolsrud, T., Lindström, T. och Hveberg, K., *Flervariabelanalys med linjär algebra*, med tillhörande häfte (Öyvind Ryan, Uppgiftslösningar till boken (oklart när den kommer)).

Kursen omfattar Kap. 2, 3, 5.1-5.5 i urval, 5.7-5.10, 6.

Rekommenderade uppgifter:

Kap 2: 2.1.1, 2.2.1-4, 2.3.1-2, 2.4.1-5 och 2.4.7, 2.5.1-4, 2.6.1, 2.7.1-9, 2.8.1-2.
Kap 3: 3.1.2-3, 7-8, 10, 12, 14, 17, 19, 21; 3.2.1-5, 7-8; 3.3.1-4, 6, 10-11; 3.4.1-4, 6-8, 13-14; 3.5.1-8, 10-12; 3.6.1-5; 3.7.1-5; 3.8.2; 3.9.1, 2, 5, 7-8;
Kap 5: 5.1.1-2, 4, 7, 8; 5.3.4; 5.5.1, 2-5; 5.7.1, 3, 5, 10-14; 5.9.1,2, 6-8, 10-12; 5.10.1,3,5,8,10,13.
Kap 6: 6.1.1; 6.2.1, 3; 6.3.1, 3-4; 6.4.1-2, 5, 7, 10-11, 18; 6.5.1-5, 7-8, 12; 6.6; 6.7.1, 3, 5, 8-9; 6.8.1-2, 4-6; 6.9.1-2; 6.10.1-3, 5; 6.11.1-3, 5-6, 9, 11; 6.12.1, 4, 5, 12, 15; 6.13.1-2; 6.14.2, 5, 7, 9, 12; 6.15.1, 8, 12, 14, 17.

F1, ti 17/1 i V2: Introduktion och översikt. Kap. 2.1-2.3. Funktioner i flera variabler, $\mathbb{R}^n$. Vektorvärda funktioner. Kontinuitet i flera variabler. Gränsvärden: mer komplicerad bild i högre dimension.

F2, on 18/1 i V2: 2.1-2.3 forts. Kap. 2.4. Partiella derivator, gradient, differentierbarhet.

F3, ti 24/1 i V2: Differentierbarhet, fortsättning. Riktningsderivata.

F4, on 25/1 i V2: Kap. 2.4 forts. 2.5 Part. derivator av högre ordning.

F5, ti 31/1 i V2: Kap. 2.6, deriv. av vektorvärda funktioner.

F6, on 1/2 i V2: 2.7 Kedjeregeln.

KS1 to 2/2 omfattar t.o.m. kap 2.5.

F7, ti 7/2 i V2: 2.8 Linjärisering. 3.1 Parametriserade kurvor, krökning.

F8, on 8/2 i V2: 3.2 Huvudregeln för parametriserade kurvor.

F9, ti 14/2 i V2: 3.3-3.4 Linjeintegraler för skalär- och vektorfält.

F10, on 15/2 i V2: 3.5 gradienter och konservativa fält.

F11, ti 21/2 i V2: 3.6 lite om kägelsnitt. 3.7-3.8 grafisk framställning av skalär- och vektorfält.

F12, on 22/2 i V2: 3.7-3.8 forts. 3.9 Parametriserade ytor.

F13, ti 28/2 i V2: 5.1 konvergens i $\mathbb{R}^m$.

F14, on 29/2 i V2: 5.2-5.5 i urval. Konvergens, fixpunkter mm.

KS2 mån 5/3 omfattar kap 2.6-2.8 samt kap. 3.

F15, on 7/3 i V2: 5.7 inversa och implicita funktioner.

F16, on 12/3 i V2: 5.8 Extremvärdessatsen. 5.9 Max- och minpunkter.

F17, ti 20/3 i V2: 5.9, forts., Taylors formel. Andraderiv.testet i 2 dim.

F18, on 21/3 i V2: 5.10 Lagranges multiplikatorsats.

F19, ti 27/3 i V2: 6.1-2 Dubbelint. över rektanglar och begr. områden.

F20, on 28/3 i V2: 6.3 Dubbelint. i polära koordinater.

KS3 29/3 omfattar t.o.m. kap 5.1-5.5 i urval samt 5.7-5.10.

F21, on 11/4 i V2: 6.4 Tillämpn. av dubbelint. Integr. över ytor.

F22, fre 13/4 i V2: 6.5 Greens formel.

F23, ti 17/4 i V2: 6.7 i urval: variabelbyte i dubbelintegraler.

F24, on 18/4 i V2: 6.8 Generaliserade dubbelintegraler.

F25, ti 24/4 i V2: 6.9-6.11 Trippelintegraler.

F26, on 25/4 i V2: 6.12 Flödesintegraler i 2 och 3 dimensioner.

F27, on 9/5 i V2: 6.13 Div, grad och rot.

F28, ti 10/5 i V2: 6.14 Divergenssatsen.

F29, to 15/5 i V2: 6.15 Stokes sats.

F30, ti 22/5 i V2: Reserv repetition

KS4 23/5 omfattar t.o.m. kap 6.1-6.14.

Tentamen, ons 30/5 i V23, V32-V35, 8.00-13.00

Kursmål: Studenten förväntas efter genomgången godkänd kurs:
– Kunna redogöra för funktionsbegreppet i flera variabler, inklusive definitions- och värdemängd, sammansatta och inversa funktioner, nivåkurvor och -ytor, samt i enklare fall begreppen öppen mängd, sluten mängd, begränsad mängd och rand till en mängd.
– Kunna derivera partiellt och veta att då derivatorna är kontinuerliga spelar deriveringsordningen ingen roll. Kunna använda kedjeregeln och omforma enklare differentialuttryck i nya koordinater.
– Kunna använda andraderivatorna för att karakterisera kritiska punkter i främst två dimensioner.
– Kunna bestämma största och minsta värden för kontinuerliga funktioner på slutna och begränsade områden. Kunna i enklare fall använda Lagranges metod för att optimera funktioner under bivillkor.
– Kunna bestämma ekvationer för tangentplan. Kunna bestämma gradienten till en funktion och veta dess tolkning som normal till tangentlinjer resp. tangentplan. Kunna beräkna riktningsderivator.
– Kunna använda linjär approximation och Taylors formel, främst till ordning två och i två dimensioner.
– Kunna bestämma krökningen för kurvor i två och tre dimensioner.
– Kunna redogöra för hur dubbelintegraler införs som gränsvärde av Riemannsummor. Kunna beräkna dubbelintegraler, samt i enklare fall trippelintegraler, genom upprepad integrering. Detta inkluderar att bestämma integrationsgränser i de successiva integrationerna.
– Kunna använda multipelintegraler i tillämpningar, t ex för att bestämma volymer och areor.
-Kunna beräkna kurvintegraler i två och tre dimensioner. Kunna beräkna ytintegraler i tre dimensioner. Kunna i enklare fall använda Greens formel och divergenssatsen.

– Kunna byta väg i kurvintegraler och i enklare fall avgöra om en potentialfunktion existerar samt i förekommande fall bestämma denna.

För högre betyg ska studenten också:
– Allmänt sett kunna lösa svårare, mer sammansatta problem och visa större insikt i teorin och begreppen, främst teorin om kontinuerliga funktioner.
– Kunna definiera gränsvärde och kontinuitet och bevisa att givna funktioner är kontinuerliga. Veta skillnaden mellan gränsvärden och kontinuitet i en och i högre dimensioner.
– Kunna definiera differentierbarhet samt ge kriterium för detta .
– Kunna Taylors formel av högre ordning och för tre (eller flera) variabler, inklusive andraderivateundersökning vid kritiska punkter.
– Kunna bestämma derivator genom implicit derivering av ekvationssystem.
– Kunna redogöra för kurvors och ytors orientering, linjeintegralers oberoende av vägen, existens av potentialfunktion, samt fenomen som uppstår vid singulära fält och potentialer.
– Kunna formulera och använda Stokes sats.

Examination: Kursen avslutas med en skriftlig tentamen (inga hjälpmedel tillåtna!). Under kursens gång ges också fyra stycken **lappskrivningar** på den andra övningstimmen. (Tag med giltig legitimation!) Varje lappskrivning består av 3 uppgifter à 3 poäng. Endast resultaten godkänd och icke godkänd förekommer. En lappskrivning är godkänd om man uppnått ≥ 5 poäng på den.

Godkänd lappskrivning ger bonus, 3 poäng på tentamen. Denna bonus kan endast användas på ordinarie tentamen samt omtentamen samma läsår. (Bara två tentor!)

Tentamensskrivningen består av två delar: del I omfattar 40 poäng och del II 42 poäng. För godkänt (= betyg E) krävs 32 poäng (på del I-II), inklusive bonus. Betyg D erhålles vid uppnådda 37 poäng (på del I-II), inklusive bonus.

För betyg C, B, A måste man vara godkänd och ha uppnått ett visst antal poäng på del II.

Om man på tentamen har uppnått 30 poäng (inklusive bonus), med sex eller fler uppgifter som är *väsentligen rätt*, ges betyg Fx, med möjlighet till muntlig komplettering av tentamen. Denna skall äga rum senast en månad efter tentamen. Endast betyg E kan erhållas.

För äldre teknologer ges betygen 5, 4, 3, K och U, där 3 motsvarar E, K motsvarar Fx och U (underkänd) motsvarar F.

Obligatorisk tentamensanmälan via mina sidor. Tidpunkt meddelas senare.

Kurssekreterare: Rose-Marie Jansson, jansson@math.kth.se, ansvarar för registrering och betygsrapportering. Vid eventuella problem med kursregistrering och/eller tentamensanmälan, vänd dig till Rose-Marie – inte till Torbjörn.