Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 5A till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 1 mars 2012, kl 13.15-13.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. För den linjära avbildningen A från R^3 till R^3 gäller att

$$A(1,1,1) = (0,1,3), \qquad A(0,1,1) = (5,-1,1), \qquad A(0,0,1) = (2,3,-1).$$

Bestäm $A(1,2,3)$.

Lösning: Då

$$(1,2,3) = (1,1,1) + (0,1,1) + (0,0,1)$$

så

$$A(1,2,3) = A((1,1,1) + (0,1,1) + (0,0,1)) = A(1,1,1) + A(0,1,1) + A(0,0,1) =$$

$$= (0,1,3) + (5,-1,1) + (2,3,-1) = (7,3,2)$$

SVAR: $A(1,2,3) = (7,3,3)$.

2. Låt A vara en linjär avbildning från R^8 till R^5. Vilken dimension måste A:s kärna ha för att A skall vara surjektiv. Ditt svar måste motiveras men du får i din motivering hänvisa till satser i kursboken och givna under föreläsningarna.(Enbart ett tal som svar ger inga poäng!!)

Lösning: Den linjära avbildningen A är surjektiv om $\text{im}(A) = R^5$ dvs om $\dim(\text{im}(A)) = 5$ ($\dim(\text{R}(A)) = 5$). Enligt känd sats gäller allmänt för linjära avbildningar från vektorrummet V till vektorrummet W att

$$\dim(\ker(A)) + \dim(\text{im}(A)) = \dim(V).$$

Alltså

SVAR: $\dim(\ker(A)) = 8 - 5 = 3$.