

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några övningar på inre produktrum inför lappskrivning nummer 4 på kursen Linjär algebra för D, SF1604 , vt 12.**

1. Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

2. Betrakta  $R^4$  med den inre produkten

$$\langle (x_1, x_2, x_3, x_4) | (y_1, y_2, y_3, y_4) \rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4.$$

Bestäm en ortogonalbas till  $L = \text{span}\{(1, 1, 2, 1), (2, 1, -1, -2), (1, 1, 1, 1)\}$  samt utvidga denna bas till en ortogonalbas för hela  $R^4$ . Använd sedan den ortogonalbas du fann för  $L$  för att bestämma ortogonala projektionen av vektorn  $(1, 2, 1, 1)$  på  $L$ .

3. Betrakta  $R^4$ . Bestäm (ortogonala) projektionen av vektorn  $(1, 2, 2, 3)$  på delrummet

$$\text{span}\{(1, 2, 1, 2), (1, 1, 2, 2)\}$$

till  $R^4$ . (Standardskalärprodukt.)

4. Betrakta  $R^3$ . Vektorerna  $\bar{u} = (1, 2, 1)$ ,  $\bar{v} = (1, 1, 1)$  och  $\bar{w} = (2, 1, 0)$  har i en bas  $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$  koordinaterna  $\bar{u} = (1, 1, 1)_f$ ,  $\bar{v} = (1, 0, 1)_f$  och  $\bar{w} = (0, 1, 1)_f$ . Bestäm basvektorerna  $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$ .

5. Undersök om det finns tal  $a, b$  och  $c$  så att nedanstående matris blir en ortogonalmatris:

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & a & a \\ 3/\sqrt{14} & -1/\sqrt{14} & b \\ -1/\sqrt{42} & c & -4/\sqrt{42} \end{pmatrix}$$

6. Bestäm ortogonala komplementet till lösningsrummet till följande system:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

7. Betrakta  $R^3$ . Visa att produktbildningen

$$\langle (x_1, x_2, x_3) | (y_1, y_2, y_3) \rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2 + 7x_3y_3$$

inte är någon inre produkt på  $R^3$ .

8. Låt  $P_2$  vara rummet av polynom av grad högst två och med den inre produkten

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$

Bestäm en ortogonal bas i  $P_2$ .

**Lösningar** kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.