Matematiska Institutionen
KTH

**Några övningar inför lappskrivning nummer 5 på kursen linjär algebra II för D, SF1604, vt 12.**

1. För en linjär avbildning $A : R^3 \to R^3$ gäller att $A(1,0,0) = (1,2,1)$, $A(0,1,0) = (2,-1,2)$ och $A(0,0,1) = (1,1,1)$.
   (a) Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen.
   (b) Bestäm $A(2,1,0)$.
   (c) Bestäm $A$:s nollrum, med andra ord avbildningens kärna.
   (d) Bestäm $A$:s bildrum.
   (e) Givet basen $\bar{f}_1 = (1,1,1)$, $\bar{f}_2 = (1,1,-1)$ och $\bar{f}_3 = (1,-1,0)$. Bestäm avbildningens matris relativt denna bas.

2. Låt $A$ beteckna den linjära avbildning från $R^3$ till $R^3$ som består av först en spegling i planet $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ och därefter en projektion på planet $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$.
   (a) Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.
   (b) Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.

3. Om den linjära avbildningen $A$ vet man att $A(1,2,-1) = (2,2,1)$, $A(0,1,3) = (2,1,1)$ och $A(1,1,1) = (1,1,0)$. Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.

4. Visa att avbildningen $A$ från $R^3$ till $R^3$ definierad genom

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1, x_2, x_3) \in R^3$$

   inte är linjär.

---

5. Låt $\mathcal{P}_3$ beteckna det vektorrum som består av polynom av grad högst tre. Derivering är en linjär avbildning $D$ på detta rum. Bestäm avbildningen $D$'s matris relativt basen 1, $t$, $t^2$ och $t^3$.

6. Låt $\bar{v}_0$ vara en fix vektor i vanliga tredimensionella rummet och definiera en avbildning genom att

$$A\bar{u} = \bar{v}_0 \times \bar{u} \, .$$

   Visa att avbildningen är linjär och bestäm avbildningens matris relativt standardbasen om $\bar{v}_0 = (1,1,1)$.

7. (a) Konstruera en linjär avbildning $A$ från $R^4$ till $R^4$ sådan att $A$:s bildrum har dimension 2 och $A \circ A$ avbildar alla vektorer på nollvektorn.
   (b) Visa att detta är omöjligt om $A$ är en linjär avbildning från $R^3$ till $R^3$.

**Lösningar** kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.