

Tentamen i Komplex analys, SF1628, den 24 oktober 2009

Skrivtid 08.00-13.00. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar.

För del **A** gäller följande. Uppgifterna poängsätts med maximalt 5 poäng per uppgift. Minst 16 poäng totalt ger betyg D och rätt att betygsättas på del B. 15 poäng ger betyg E. 13 och 14 poäng ger betyg Fx, med rätt till komplettering.

Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Den som är godkänd på kontrollskrivning 1 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 1 nedan. Den som är godkänd på kontrollskrivning 2 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 2 nedan. Den som är godkänd på datorlaborationerna får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 3 nedan.

För del **B** gäller följande. Först måste man vara godkänd på del **A** med betyg D, antingen via kontrollskrivningar och laboration eller alternativt med komplettering med poäng erhållna på del A enligt ovan.

Betygsättningen görs sedan enligt följande:

Tre eller fler rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg A.

Två rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg B.

En rätt löst uppgift på del B ger säkert betyg C.

Om mindre än en uppgift lösts rätt kvarstår betyget D.

Kontrollera bonuslistan hos skrivningsvakten.

Lycka till!

Del A.

1. Beräkna integralen

$$\int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z^3 + 1} dz$$

där γ är den positivt orienterade triangeln med hörn i 0, $1 - i$ och $1 + i$.

2. Bestäm de fyra första termerna i Taylorserien till funktionen

$$f(z) = \frac{\text{Log}(1+z)}{1-z}$$

omkring origo. Ange också konvergensradien. Log betecknar som brukligt principalgrenen av logaritmen.

3. Hur många lösningar har ekvationen

$$\cos z + z^3 = 0$$

inuti cirkeln $|z| = 3$.

4. Beräkna den reella integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3}.$$