Institutionen för matematik
KTH
Michael Benedicks

Tentamen i Komplex analys, SF1628, den 15 januari 2010

Skrivtid 08.00-13.00. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar.

För del **A** gäller följande. Uppgifterna poängsätts med maximalt 5 poäng per uppgift. Minst 16 poäng totalt ger betyg D och rätt att betygsättas på del B. 15 poäng ger betyg E. 13 och 14 poäng ger betyg Fx, med rätt till komplettering.

Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Den som är godkänd på kontrollskrivning 1 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 1 nedan. Den som är godkänd på kontrollskrivning 2 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 2 nedan. Den som är godkänd på datorlaborationen får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 3 nedan.

För del **B** gäller följande. Först måste man vara godkänd på del **A** med betyg D, antingen via kontrollskrivningar och laboration eller alternativt med komplettering med poäng erhållna på del A enligt ovan.

Betygsättningen görs sedan enligt följande:

Tre eller fler rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg A.
Två rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg B.
En rätt löst uppgift på del B ger säkert betyg C.
Om mindre än en uppgift lösts rätt kvarstår betyget D.

Kontrollera bonuslistan hos skrivningsvakten.
Lycka till!

Del A.

1. Låt $u(x,y) = e^{2x}\sin 2y + x$. Finn en funktion $f(z)$ som är analytisk i hela planet med $\operatorname{Re} f(z) = u(z)$, där $z = x + iy$, och sådan att $f(0) = 0$.

2. Låt $\sqrt{z}$ beteckna principalgrenen av $z^{1/2}$ fastlagd genom att $\sqrt{z} = 1$ för $z = 1$ och låt

$$f(z) = 2\sin\sqrt{z}.$$

Beräkna $f'(i\pi^2/2)$ på formen $a + ib$.

3. Bestäm det antal nollställen som polynomet

$$P(z) = z^3 + 3z^2 + z + 6$$

har i det högra respektive det vänstra halvplanet.

4. På vilket område avbildar funktionen

$$z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$$

det övre halvplanet.