Institutionen för matematik
KTH
Michael Benedicks

Tentamen i Komplex analys, SF1628, den 13 januari 2011

Skrivtid 8.00-13.00. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar.

För del **A** gäller följande. Uppgifterna poängsätts med maximalt 5 poäng per uppgift. Minst 15 poäng totalt ger betyg D och rätt att betygsättas på del B. 14 poäng ger betyg E. 13 poäng ger betyg Fx, med rätt till komplettering.
Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Den som är godkänd på kontrollskrivning 1 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 1 nedan. Den som är godkänd på kontrollskrivning 2 får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 2 nedan. Den som är godkänd på datorlaborationen får 5 poäng och ska inte lösa uppgift 3 nedan.

För del **B** gäller följande. Först måste man vara godkänd på del **A** med betyg D, antingen via kontrollskrivningar och laboration eller alternativt med komplettering med poäng erhållna på del A enligt ovan.

Betygsättningen görs sedan enligt följande:

Tre eller fler rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg A.
Två rätt lösta uppgifter på del B ger säkert betyg B.
En rätt löst uppgift på del B ger säkert betyg C.
Om mindre än en uppgift lösts rätt kvarstår betyget D.

Kontrollera bonuslistan hos skrivningsvakten.
Lycka till!

Del A.

1. Använd Eulers formler för att visa identiteten

$$\sin^2 z = \frac{1}{2}(1 - \cos 2z).$$

2.(a) Betrakta funktionen

$$f(z) = \frac{2}{z(z+2)}.$$

Denna funktion kan Laurentserieutvecklas i två olika (maximala) områden omkring $z = 0$. Ange dessa områden!
(b) Bestäm de två Laurentserierna omkring $z = 0$.

3. Hur många lösningar har ekvationen $\sin z + z^5 + 8z^2 + z + 1 = 0$ i cirkelskivan $|z| < 1$?

4. Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 2x + 4}\, dx.$$

Var god vänd!