

Namn, linje och årskurs:

**Lappskrivning nr. 1, Partiella differentialekvationer för ME,
7 februari 2012, kl. 10.00–11.00.**

En stav, som upptar stycket $0 < x < 3$ av x -axeln, har en begynnelsestemperatur given av

$$f(x) = \begin{cases} 20 & \text{för } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{för } 1 < x < 3. \end{cases}$$

Bestäm temperaturen för all framtid om ändpunkterna hålls vid temperatur noll och temperaturledningsförmågan är $c^2 = 4$. Med andra ord, bestäm lösningen $u = u(x, t)$ till följande begynnelse/randvärdesproblem:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{för } 0 < x < 3, 0 < t < \infty,$$

$$u(0, t) = u(3, t) = 0 \quad (0 < t < \infty),$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad (0 < x < 3).$$

Redovisa alla detaljer i räkningarna.

Lösningar (börja här, fortsatt på baksidan, och sedan på separata papper om det behövs):