

Namn, linje och årskurs:

**Lappskrivning nr. 2, Partiella differentialekvationer för ME,
21 februari 2012, kl. 10.00–11.00.**

a) Bestäm en lösning $y = y(x)$ (ej identiskt noll) till differentialekvationen

$$x^2 y'' + 2xy' + (\lambda x^2 - 12)y = 0 \quad (x > 0)$$

genom att göra en lämplig potensserieansats kring $x = 0$. Svaret bör innehålla åtminstone de tre första termerna skilda från noll i potensserien. Koefficienterna kommer att bero på parametern λ .

b) Om man betraktar differentialekvationen i a) bara på ett visst intervall $0 < x < a$ och kräver att lösningen ska uppfylla randvillkor av typen

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} y(x) = \text{ändlig}, \\ y(a) = 0 \end{cases}$$

så blir endast vissa värden på λ möjliga, "egenvärdena". Lösningar som hör till olika egenvärden blir då ortogonala mot varandra med avseende på en viss viktsfunktion. Bestäm denna viktsfunktion.

Lösningar (börja här, fortsätt på baksidan, och sedan på separata papper om det behövs):