

**Några uppgifter inför Lappskrivning 2**  
Matematik Baskurs

- (1) Vilka av nedanstående påståenden är sanna?
  - (a)  $\ln e^{\ln 3} = 3$ ;
  - (b)  $\ln e^{\sin^2 x} + \ln e^{\cos^2 x} = 1$  för alla reella tal  $x$ ;
  - (c)  $e^{2^x} = (e^x)^2$  för alla tal  $x$ ;
  - (d)  $\ln ab - \ln b = \ln a$  för alla positiva reella tal  $a, b$ ;
  - (e)  $\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0$  för alla positiva reella tal  $a, b$ .
- (2) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\ln x + \ln(x + 1) = \ln(x + 2)$ .
- (3) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $e^x + e^{x/2} = 1$ .
- (4) Förenkla så långt som möjligt uttrycket  $\frac{(2^{1/6})^2(\sqrt{8})^3}{2^{1/4}\sqrt{32}}$ .
- (5) För vilka reella tal  $a, b$  är det sant att  $a^{\ln b} = b^{\ln a}$ ?
- (6) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $f(x) = \sqrt{2 + 3x}$ . Avgör om  $f$  är inverterbar och bestäm i så fall inversen.
- (7) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - x}}$ .
- (8) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $f(x) = \sqrt{\ln(5x - 3x^2)}$ . Avgör om  $f$  är inverterbar och bestäm i så fall inversen.
- (9) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen  $f(x) = \sqrt{\ln(5x - 3x^2)}$ . Avgör om  $f$  är inverterbar och bestäm i så fall inversen.
- (10) Du får veta följande om en funktion  $f : Df = \mathbb{R}, Vf = \mathbb{R}, f$  är inverterbar och  $f(3) = 2$ . Beräkna  $f^{-1}(2)$ .
- (11) Beräkna  $\cos \frac{4711\pi}{3}$ .
- (12) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\cos x = 1/2$ .
- (13) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\sin x = 1/2$ .
- (14) Finn alla reella tal  $x$  som löser ekvationen  $\cos(4x + \pi/3) = \cos(-32\pi/3)$ .

- (15) Utgå från formeln  $\cos(u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$  och härled formeln  $\sin 2v = (1 - \cos 2v)/2$ .
- (16) Bestäm  $\cos v$  och  $\tan v$  om  $\pi/2 < v < \pi$  och  $\sin v = 1/7$ .
- (17) Bestäm  $\cos x$  om  $\sin^2 x = 1/3$  och  $\pi/2 < x < \pi$ .
- (18) Skriv upp exakt fem olika lösningar till ekvationen  $\sin 3x = -1/\sqrt{2}$ .
- (19) Lös ekvationen  $\sin 2x = \cos x$ .
- (20) Bestäm det största och det minsta värde som uttrycket  $a \cos x + b \sin x$  kan anta. Svaret kommer förstås att innehålla de rella talen  $a$  och  $b$ .