

Tentamensskrivning, 2013-05-30, kl. 14.00–19.00.

SF1602 Diffint (envariabel), för F.

Hjälpmedel: penna, papper, suddgummi.

För betyg *E* krävs minst 16 p, för betyg *D* krävs 18 p, för betyg *C* krävs 22 p, för betyg *B* krävs 28 p, och för betyg *A* krävs 32 p. Lösningarna skall motiveras väl!

TENTAMENSSKRIVNING

1. Fibonacci-talen är talföljden 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... Härvid bildas varje nytt tal som summan av de två föregående talen.

(a) Beskriv med matematiska symboler den iterativa process som definierar Fibonacci-följden.

(b) Antag att följderna av kvoter $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \dots$ konvergerar mot ett tal τ . Bestäm i så fall värdet på τ . Detta tal kallas *det gyllene snittet*. (5p)

2. Bestäm en primitiv funktion till funktionen

$$f(x) = \sqrt{1 + x + x^2}. \quad (5p)$$

3. Avgör hur många reella lösningar ekvationen

$$x e^{-x} = C$$

har, beroende på värdet på konstanten C . (5p)

4. Betrakta den kurva som fås av parametriseringen

$$(\cos(t), \cos(2t)), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

rita kurvan. Bestäm därefter vilka punkter på kurvan som ligger närmast respektive längst ifrån origo $(0, 0)$. (5p)

5. Bestäm den punkt x i intervallet $[0, 2]$ för vilken funktionen

$$F(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt \quad (5p)$$

antar sitt största värde.

6. En dag började snön falla och det fortsatte att snöa med jämn hastighet under några timmar. En snöplog med den speciella egenskapen att dess hastighet är omvänt proportionell mot snötäckets tjocklek startade kl 11.00. Det visade sig att den tillryggalade en dubbelt så lång vägsträcka under den första timman som under den andra. När började det snöa? (5p)

7. Ange summan av serien

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{3^{2k} 2^{-k} (-\pi)^k}{(2k)!}.$$

Motivera ditt svar utförligt!

(5p)

8. Låt funktionen $f(x)$ ges av att $f(x) = |x|^5$ för $-1 \leq x \leq 1$, samt $f(x) = 1$ för $|x| > 1$.
Finn explicit (!!) en primitiv funktion $F(x)$ till $f(x)$ med $F(0) = 2$.

(5p)