F17: Riemannintegralen. Räknelagar. Integralkalkylens medelvärdessats.

30 oktober 2009

Räknelagar, uppskattningar

Vi kommer ihåg att den bestämda integralen $\int_a^b f(x)dx$ definierades m h a översummor och undersummor.

SATS. Om funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ är integrerbara på det ändliga intervallet $[a, b]$ så är även $\alpha f(x)$ och $f(x) + g(x)$ integrerbara (α är en konstant). Dessutom har vi:

1. $\int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx$.
2. $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.
3. $f(x) \leq g(x)$ på $[a, b] \implies \int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$.
4. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ om $a < c < b$.

Triangelolikheten. Integralkalkylens medelvärdessats

TRIANGELOLIKHETEN. Om funktionen $f(x)$ är integrerbara på $[a, b]$ så är funktionen $|f(x)|$ också integrerbar, och dessutom gäller att

$$\left| \int_a^b f(x)dx \right| \leq \int_a^b |f(x)|dx.$$

INTEGRALKALKYLENS MEDELVÄRDESSATS. Om funktionen $f(x)$ är kontinuerlig på $[a, b]$ så finns en punkt ξ, $a < \xi < b$, sådan att

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\xi).$$

OBS. Rita för att förstå!