

Matematiska Institutionen,  
KTH

**Problem till övning nr 9 den 20 februari, Linjär algebra D1, SF1604, vt 13.**

1. (E) En funktion  $f$  från  $R^3$  till  $R^4$  definieras genom

$$f(x, y, z) = (x - y + 2z, x - z, y + 2x, x - y - z).$$

Visa att denna funktion är en linjär avbildning och bestäm avbildningens matris.

2. (E) Låt  $\bar{e}_1, \bar{e}_2$  och  $\bar{e}_3$  utgöra standardbasen i  $R^3$ . För den linjära avbildningen  $A$  gäller att

$$A(1, 0, 0) = (1, -1, 1), \quad A(0, 1, 0) = (2, -3, 1), \quad A(0, 0, 1) = (-1, 3, 1).$$

- (a) Bestäm avbildningens matris.  
 (b) Bestäm avbildningens kärna.  
 (c) Bestäm avbildningens bildrum.  
 (d) Bestäm samtliga vektorer  $\bar{x}$  i  $R^3$  sådana att  $A\bar{x} = (-1, 3, 1)$ .
3. (E) Antag att den linjära avbildningen  $A$  från  $R^3$  till  $R^3$ , relativt standardbasen i  $R^3$ , representeras av matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Bestäm avbildningens matris relativt basen  $B'$  som består av vektorerna  $\bar{f}_1 = (1, 2, 0)$ ,  $\bar{f}_2 = (0, 1, 1)$ ,  $\bar{f}_3 = (1, 1, -2)$ .

4. (E) För den linjära avbildningen  $A$  gäller att

$$A(1, 2, -1) = (2, 1, 1), \quad A(2, 0, -1) = (1, 2, 3), \quad A(-1, 1, 0) = (1, 1, 1).$$

Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen.

5. (C) (ON-system) Låt  $\bar{v}_0$  vara en fix vektor i  $R^3$ . Visa att avbildningen

$$T(\bar{x}) = \bar{x} \times \bar{v}_0$$

är en linjär avbildning. Bestäm avbildningens matris om  $\bar{v}_0 = (1, 2, 3)$ . Bestäm också avbildningens kärna och bildrum.

6. **Fler övningar finns i läroboken. Se förslag i kursPM. Övning ger färdighet.**

**SVAR**

1.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. (a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)  $\text{span}\{(-3, 2, 1)\}$ .(c)  $\text{span}\{(1, -1, 1), (2, -3, 1)\}$ (d)  $(x, y, z) = (0, 0, 1) + t(-3, 2, 1)$  där  $t$  är ett godtyckligt reelt tal.

3.

$$\begin{pmatrix} 9 & 10 & -7 \\ -8 & -11 & 10 \\ -6 & -8 & 7 \end{pmatrix}$$

4.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -3 & -2 & -8 \\ -4 & -3 & -11 \end{pmatrix}$$

5.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Kärnan är  $\text{span}\{(1, 2, 3)\}$ , bildrummet består av de 3-tiplar  $(x, y, z)$  som är lösningar till ekvationen  $x + 2y + 3z = 0$ .