Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till lappskrivning nummer 2B till kursen Linjär algebra för D, SF1604, den 5 februari 2013, kl 13.15-13.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. (ON-system) Låt π beteckna ett plan med ekvationen $2x - 4y + 7z = 2$. Bestäm ekvationen för ett plan som innehåller punkten P med koordinaterna $(1, -1, 1)$ och är parallellt med planet π.

Lösning: Planet är parallellt med givna planet om planens normaler är parallella. Givna planet π har normalen $\bar{n} = (2, -4, 7)$. Då punkten med koordinaterna $(1, -1, 1)$ skall tillhöra planet vi söker får detta plan ekvationen

$$2(x - 1) - 4(y + 1) + 7(z - 1) = 0,$$

som kan hyfas till

SVAR: $2x - 4y + 7z = 13$

2. (ON-system) En parallellepiped har de åtta hörnen P, Q, R, S, osv. Vektorerna $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ och $\overline{PS}$ är tre av parallellepipedens kanter. Bestäm den största möjliga volym en sådan parallellepiped kan ha om

$$||\overline{PQ}|| = 4, \qquad ||\overline{PR}|| = 5, \qquad \text{och} \qquad \overline{PS} = \overline{PQ} \times \overline{PR}.$$

Glöm ej att motivera ditt svar!

Lösning: Parallellepipedens volym är basytans area multiplicerad med höjden. Vi vet att $\overline{PQ} \times \overline{PR}$ är vinkelrät mot den basyta som spänns upp av vektorerna $\overline{PQ}$ och $\overline{PR}$. Vi vet att basytans area är lika med

$$||\overline{PQ} \times \overline{PR}||$$

vilket också är lika höjden i parallellepipeden. Således är parallellepipedens volym lika med basytans area i kvadrat. Denna area är störst när vektorerna $\overline{PQ}$ och $\overline{PR}$ är vinkelräta mot varandra och är då lika med $4 \cdot 5 = 20$.

SVAR: Maximalvolym är $20^2 = 400$.