

Matematiska Institutionen, KTH

Några övningar på linjära ekvationssystem och matriskalkyl inför lappskrivning nummer 1 den 30 januari kl 10.15-10.45 på kursen Linjär algebra, SF1604, vt 13.

1. Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ x + 2y + 5z = 0 \\ x + 3y + z = 6 \end{cases}$$

2. Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 8 \\ -x + 5y + z = 10 \\ x - 18y + z = -38 \end{cases}$$

3. Låt \mathbf{A} och \mathbf{B} beteckna nedanstående matriser

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestäm en invers till matrisen \mathbf{A} och använd denna invers för att bestämma en matris \mathbf{X} sådan att $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$.

4. Låt matriserna \mathbf{A} och \mathbf{B} vara som ovan. Beräkna

$$(\mathbf{AA})^{-1}, \quad (\mathbf{A} + \mathbf{A})^{-1}, \quad (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1})^T, \quad (\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^T \quad \text{och} \quad (\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1}.$$

5. För vilka värden på talen a och b saknar systemet nedan lösning?

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z + u = 8 \\ -x + 5y + z + 2u = 10 \\ x - 18y + z + au = b \end{cases}$$

6. Bestäm samtliga värden på det reella talet a för vilka det homogena systemet nedan har icke-triviala lösningar.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + ay + a^2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \end{cases}$$

7. Du får reda på att ett linjärt ekvationssystem i de obekanta x , y och z bl a har de bägge lösningarna $(x, y, z) = (1, 2, 1)$ och $(x, y, z) = (2, 1, 3)$. Vilken information ger detta om samtliga lösningar till systemet.

8. Finns det någon matris \mathbf{X} sådan att

$$\mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

OBS 1. Andra uppgiften på lappskrivningen kan eventuellt bli svårare än de fyra ovan.

OBS 2. Lösningar anslås på kurshemsidan senast helgen innan lappskrivningen.