

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 5 på kursen linjär algebra II för D, SF1604, vt 13.

1. För en linjär avbildning $A : R^3 \rightarrow R^3$ gäller att $A(1, 0, 0) = (1, 2, 1)$, $A(0, 1, 0) = (2, -1, 2)$ och $A(0, 0, 1) = (1, 1, 1)$.
 - (a) Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen.
 - (b) Bestäm $A(2, 1, 0)$.
 - (c) Bestäm A 's nollrum, med andra ord avbildningens kärna.
 - (d) Bestäm A 's bildrum.
 - (e) Givet basen $\bar{f}_1 = (1, 1, 1)$, $\bar{f}_2 = (1, 1, -1)$ och $\bar{f}_3 = (1, -1, 0)$. Bestäm avbildningens matris relativt denna bas.
2. Låt A beteckna den linjära avbildning från R^3 till R^3 som består av först en spegling i planet $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ och därefter en projektion på planet $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$.
 - (a) Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.
 - (b) Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.
3. Om den linjära avbildningen A vet man att $A(1, 2, -1) = (2, 2, 1)$, $A(0, 1, 3) = (2, 1, 1)$ och $A(1, 1, 1) = (1, 1, 0)$. Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.
4. Visa att avbildningen A från R^3 till R^3 definierad genom

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1, x_2, x_3) \in R^3$$

inte är linjär.

5. Låt \mathcal{P}_3 beteckna det vektorrum som består av polynom av grad högst tre. Derivering är en linjär avbildning D på detta rum. Bestäm avbildningen D 's matris relativt basen $1, t, t^2$ och t^3 .
6. Låt \bar{v}_0 vara en fix vektor i vanliga tredimensionella rummet och definiera en avbildning genom att

$$A\bar{u} = \bar{v}_0 \times \bar{u} .$$

Visa att avbildningen är linjär och bestäm avbildningens matris relativt standardbasen om $\bar{v}_0 = (1, 1, 1)$.
7. (a) Konstruera en linjär avbildning A från R^4 till R^4 sådan att A 's bildrum har dimension 2 och $A \circ A$ avbildar alla vektorer på nollvektorn.
 (b) Visa att detta är omöjligt om A är en linjär avbildning från R^3 till R^3 .

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.