

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 1B, onsdagen 12 september 2012, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CINTe och CMETE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

- 1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) För alla hela tal n och m skilda från 0 gäller att $\text{sgd}(n, m) = \text{sgd}(m, n)$.		
b) Varje element $a \neq 0$ i ringen Z_{87} har en multiplikativ invers.		
c) Om mängderna A och B har samma antal element så är varje injektiv funktion från A till B också surjektiv.		
d) Om n och m är relativt prima så är den diofantiska ekvationen $nx + my = k$ lösbar för alla hela tal k .		
e) Det finns $a \neq 0$ och $b \neq 0$ i ringen Z_{63} sådana att $ab = 0$.		
f) För alla mängder A , B och C gäller att $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = \emptyset$		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Är följande relation \mathcal{R} på M en ekvivalensrelation:

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 3)\}.$$

(Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

b) (1p) Låt $A = \{1, 3, 7, 10, 12\}$, $B = \{1, 2, 8, 9, 10, 11\}$ och $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 10\}$. Bestäm de element som finns i mängden

$$(A \setminus B) \cup (A \setminus (B \cap C)).$$

(Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

c) (1p) Ange $603^{478} \pmod{301}$. (Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationen $4x + 5 = 8$ i ringen Z_{13} .

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga par (n, m) av hela tal n och m som satisfierar ekvationen

$$46n + 64m = 4.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis att om talföljden a_n definieras rekursivt genom att $a_0 = 4$ och $a_1 = -1$ samt

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \quad \text{då} \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

så kommer $a_n = 2^n + 3(-1)^n$ för alla $n = 0, 1, 2, \dots$