

Matematiska Institutionen
KTH

Läxtal till den 8 oktober 2012 till kursen Diskret Matematik SF1610 för CINTE och CMETE.

OBS Läxtalen är frivilliga och om du vill kan du lämna in dina lösningar och få dem rättade.

1. Bestäm en komplett matchning i den bipartita graf som består av nodmängderna $X = \{a_1, a_2, \dots, a_5\}$ och $Y = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_5\}$ och kanterna

$$E = \{(a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_4), \\ (a_3, b_3), (a_3, b_5), (a_4, b_1), (a_4, b_2), (a_4, b_4), (a_5, b_3)\}.$$

2. Visa att om varje pojke i en skola har k stycken flickor på sin lista och varje flicka finns med på exakt k stycken listor som pojkarna har, så kan varje pojke hitta en flickvän som han vill vara ihop med.
3. Visa att om för varje par av noder x och y i en graf G med n noder gäller att

$$\delta(x) + \delta(y) \geq n - 1$$

så är grafen sammanhängande.

4. Visa att för varje bipartit graf G med n noder gäller att

$$e \leq \left(\frac{n}{2}\right)^2.$$

5. Hur många noder kan en graf med 28 kanter ha som mest om valensen hos varje nod är minst 3.
6. Betrakta en graf G med nodmängden V och kantmängden E . Komplement grafen \bar{G} till G har samma nodmängd V som G men \bar{G} 's kantmängd består av de kanter som inte finns i E , dvs det går en kant mellan noden x och noden y i \bar{G} , precis då kant mellan x och y saknas i G .
 - (a) Antag G har valenssekvensen $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_v$. Bestäm valenssekvensen för \bar{G} .
 - (b) Visa att om en graf G med n noder är k -regulär så gäller att \bar{G} är $n - 1 - k$ -regulär.
 - (c) Bestäm alla 5-regulära grafer med 8 noder.
7. Visa att om en graf G är osammanhängande så måste grafens komplement \bar{G} vara sammanhängande.