Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

KTH Matematik
SF1633, Differentialekvationer I. Inlämningsuppgift 1, våren 2013.
Partiella differentialekvationer och fourierserier samt laplacetransformer.
Parametrarna a, b och c är de tre, från noll skilda, första siffrorna i det tiosiffriga personnumret hos den person som står överst. Parametrarna skall sättas in från start.
Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.
Lösningarna skall vara försedd med förklarande text och utförliga.

Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

1. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen $\dfrac{\partial u}{\partial x} = (a+b)\dfrac{\partial u}{\partial t} + acu$ som uppfyller villkoren $u(x,0) = (a+3b+c)e^{3x} + (2a+b+c)e^{-5x}$.

2. Betrakta funktionen given av $h(x) = \begin{cases} c + \dfrac{x}{a} & , \quad 0 < x < \pi \\ -c + \dfrac{x}{a} & , \quad -\pi < x < 0 \end{cases}$.

Vidare gäller att $h(x+2\pi) = h(x)$. Skissera kurvan över några perioder.
Bestäm Fourierserien hörande till funktionen h.
Bestäm vidare Fourierseriens summa för $x = \dfrac{3\pi}{2}$ och $x = -3\pi$.

3. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2 \frac{\partial u}{\partial t}$$

Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$.
Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret
a) $u(x,0) = 3(a+b)\sin(abcx) + 5ac\sin(3abcx)$, $0 < x < \pi$.
b) $u(x,0) = g(x) = c + \dfrac{x}{a}$, $0 < x < \pi$.

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + a^2 y = a^2 U(t - b\dfrac{\pi}{2})$ som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b + c$ och $y'(0) = b(a+b) + c$. $U(t)$ är Heavisides stegfunktion.
Bestäm även $y(b\pi)$ och $y(\dfrac{b\pi}{4})$.

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + b^2 y = b\delta(t - b\pi)$ som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b + c$ och $y'(0) = b(a+b) + c$.
Beräkna även y för $t = b\pi + \pi/2$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

6. Bestäm $f(t)$ då $f(t) = 2a\displaystyle\int_0^t \cos au \; f(t-u)\,du + b\sin at,\ t \geq 0$.