Institutionen för matematik, KTH,
Björn Gustafsson

Kontrollskrivning nr. 1, 9 april 2013, kl. 10.00-11.00.
SF1649, Vektoranalys och komplexa funktioner.

- Tillåtet hjälpmedel: Formelsamlingen BETA.
- De tre uppgifterna bedöms med upp till 3 poäng var, och skrivningen som helhet bedöms som antingen godkänd eller underkänd. För godkänt krävs minst 5 poäng totalt.
- Redovisa alla räkningar samt ge fullgoda motiveringar.

---

1) Temperaturen T i ett rum ges av

$$T(x, y, z) = 3x^2 - 2xyz + y^2 z.$$

Med vilken hastighet växer/minskar temperaturen om vi befinner oss i punkten $(1, 2, 3)$ och rör oss med hastigheten 4 (längenheter/tidsenhet) i den riktning som ges av enhetsvektorn $\hat{\mathbf{e}} = \frac{1}{3}(2, -1, -2)$?

2) a) Undersök om vektorfältet

$$\mathbf{F} = (2xyz, x^2 z + 1, x^2 y)$$

är konservativt, dvs. om det har någon skalär potential.

b) Beräkna linjeintegralen

$$\int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

där L är den räta linjen från $(0, 0, 0)$ till punkten $(1, 2, 3)$.

3) Beräkna, på valfritt sätt, flödesintegralen

$$\iint_S \operatorname{rot} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS,$$

där $\mathbf{F}$ är vektorfältet

$$\mathbf{F} = (x^2 + y^2 z,\ 2xz,\ 3z^4)$$

och ytan S ges av

$$S: \quad z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 \le 1.$$

Normalvektorn $\hat{\mathbf{n}}$ är vald så att den har positiv z-komponent.

LYCKA TILL!