

Kontrollskrivning nr. 2, 25 april 2013, kl. 10.00-11.00. SF1649, Vektoranalys och komplexa funktioner.

- Tillåtet hjälpmedel: Formelsamlingen BETA.
- De tre uppgifterna bedöms med upp till 3 poäng var, och skrivningen som helhet bedöms som antingen godkänd eller underkänd. För godkänt krävs minst 5 poäng totalt.
- Redovisa alla räkningar samt ge fullgoda motiveringar.

1) Definiera ett vektorfält $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$ genom

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \times \mathbf{r},$$

där \mathbf{a} är en konstant vektor och $\mathbf{r} = (x, y, z)$ är Ortsvektorn. Beräkna $\nabla \times \mathbf{v}$ med hjälp av nablakalkyl eller indexräkning.

2) Definiera kroklinjiga koordinater (u, v, w) i det tre-dimensionella Euklidiska rummet genom

$$\begin{cases} x = u(u^2 + 1), \\ y = 2vw, \\ z = v^2 + Aw^2, \end{cases}$$

där A är en konstant och där (x, y, z) är de vanliga kartesiska koordinaterna. Bestäm ett värde på A så att (u, v, w) bildar ett *ortogonalt* kroklinjigt koordinatsystem. Bestäm även skalfaktorerna h_u, h_v, h_w ($h_u = \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \right|$ osv.) för detta värde på A .

3) Ett vektorfält \mathbf{B} är givet i sfäriska koordinater (r, θ, φ) av

$$\mathbf{B} = 5r^2 \hat{\mathbf{e}}_r + r \sin \theta \sin \varphi \hat{\mathbf{e}}_\varphi.$$

- a) Beräkna $\text{div } \mathbf{B}$.
- b) Beräkna, direkt eller med hjälp av Gauss sats, flödesintegralen

$$\iint_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS,$$

där S är enhetssfären ($S : r = 1$) och normalvektorn $\hat{\mathbf{n}}$ är utåtriktad.

LYCKA TILL!