Inlämningsuppgift 1 SF1602 HT2013

A Efternamn, Förnamn: ________________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

B Efternamn, Förnamn: ________________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

C Efternamn, Förnamn: ________________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

1: Låt $f(x)$ vara en konvex och begränsad funktion definierad på hela $\mathbb{R}$. Visa att $f(x)$ är konstant. Du får gärna använda följande steg:

a) Välj två godtyckliga tal x_1 och x_2. Rita en skiss av $f(x)$ och linjen $L(x) = \left(1 - \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) f(x_1) + \frac{x-x_1}{x_2-x_1} f(x_2)$ (observera att linjen L är med i definitionen av konvexitet).

b) Vad är den största riktningskoefficient linjen L kan ha uttryckt i x_1, x_2 och begränsningen av f.

c) Vad händer om den godtyckliga punkten $x_2 \to \infty$. Kan du använda det för att visa att f är avtagande?

d) Visa att f är växande.

e) Slutför beviset. **[8poäng]**

2: Låt a, b och c vara den sista nollskilda siffran i respektive gruppdeltagares personnummer och låt

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

a) Visa att $f(x)$ är konvex.

b) Beräkna tangenten och normalen till grafen av $f(x)$ i en godtycklig punkt $(x_0, f(x_0))$.

c) Beräkna avståndet från grafen till $f(x)$ till linjen $(a+b)x = y$. Skissa en graf av $f(x)$ och $(a+b)x = y$ där avståndet är utmärkt.

LEDTRÅD: *Den punkt där avståndet är minst så är normalen till $f(x)$ vinkelrät till linjen.* **[6poäng]**

3: Låt $f(x)$ vara en konvex och deriverbar funktion definierad på hela $\mathbb{R}$.

a) Bevisa att om $f'(x_0) > 0$ för något tal x_0 så kommer $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

b) Visa, med ett motexempel eller på annat sätt, att vi inte kan dra slutsatsen att $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ under förutsättningarna i $3a$).

c) Visa att om $f'(x_0) < 0$ för något x_0 så kommer $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$.

d) Använd a) och c) för att visa att om f är begränsad så är f konstant.

e) Varför fungerar inte det här argumentet i uppgift 1? **[8poäng]**

Totalt 22 poäng. För godkänt krävs minst 14 poäng.

Fullständiga lösningar lämnas till din övningsledare senast den 11e Oktober.

Lycka till!