

# TRÄNINGSGS Kontrollskrivning 3 (Modul 4) och 4 (Modul 5) SF1602 HT2013

Namn: \_\_\_\_\_ Personnummer: \_\_\_\_\_

Hemligt Namn (För anonym resultatrapportering): \_\_\_\_\_

Program: \_\_\_\_\_

Hjälpmedel: Papper, penna, miniräknare och formelsamlingen Beta.

Totalt 12 poäng per KS. För godkänt krävs 8 poäng.

## Kontrollskrivning 3

### Uppgift 1 [KS3]:

- a) Antag att  $f(x)$  är integrerbar på  $[-1, 1]$ . Hur definieras talet  $\int_{-1}^1 f(x)dx$ .  
[ANGE DEFINITIONEN] (1 poäng)
- b) För vilka tal  $\alpha$  är  $\int_0^1 |x|^\alpha dx$  konvergent?  
[ANGE ALLA  $\alpha$ , INGEN MOTIVERING KRÄVS] (1 poäng)
- c) Låt  $f(x) = \frac{e^{\cos(x)} + 7 \arctan(x)}{x^2 + 3}$ . Avgör om  $\int_1^\infty f(x)dx$  är konvergent eller divergent.  
[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS, DU FÅR DOCK FRITT REFERERA TILL KÄNDA SATSER.] (4 poäng)

Svar:

Var god vänd.

**Uppgift 2 [KS3]:**

a) Låt  $f(x) = \int_0^{e^x} \ln(t) dt$ . Vad är  $f'(x)$ ?

[ANGE  $f'$ , INGEN MOTIVERING KRÄVS.] (1 poäng)

b) Om  $f(x)$  är kontinuerlig på  $[0, 2]$  och  $\int_0^2 f(x) dx = 8$  finns det då ett tal  $x_0$  så att  $f(x_0) = 4$ ?

[SVARA JA, NEJ ELLER "OMÖJLIGT ATT AVGÖRA", INGEN MOTIVERING KRÄVS.] (1 poäng)

c) Bestäm det tal  $a \in [0, 3]$  så att  $\int_0^a \frac{(x^2+4)\cos(x)}{(x^2+1)(x+6)} dx$  antar sitt största värde.

[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS.] (4 poäng)

**Svar:**

## Kontrollskrivning 4

### Uppgift 1 [KS4]:

a) Låt  $(x(t), y(t))$ ,  $0 \leq t \leq 1$  vara en parameterframställning av en kurva  $\Gamma$  i planet,  $x(t)$  och  $y(t)$  antas vara kontinuerligt deriverbara i parameterintervallet  $[0, 1]$ . Hur definieras längden av kurvan?

[ANGE DEFINITIONEN] (1 poäng)

b) Hur många av följande serier är konvergenta:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{(n+3)^4}$ ,  $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-5}+12}$  och  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$ ?

[SVARA MED ETT TAL 0,1,2,...,5, INGEN MOTIVERING KRÄVS] (1 poäng)

c) Bestäm ytan som fås då grafen av  $f(x) = e^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$  roteras ett varv kring  $x$ -axeln.

[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS, DU FÅR DOCK FRITT REFERERA TILL KÄNDA SATSER.] (4 poäng)

Svar:

Var god vänd.

**Uppgift 2 [KS4]:**

a) Ange två konstanter  $a$  och  $b$  så att alla lösningar till  $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$  uppfyller  $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ .

[ANGE KONSTANTERNA, INGEN MOTIVERING KRÄVS.] (1 poäng)

b) Kan man skriva lösningen till  $y'(x) + (y(x))^2 = \sin(x)$  som  $y(x) = y_h(x) + y_p(x)$  där  $y_h$  är en allmän lösning till den homogena ekvationen  $y'(x) + (y(x))^2 = 0$  och  $y_p(x)$  en lösning till  $y'_p(x) + (y_p(x))^2 = \sin(x)$ .

[SVARA JA, NEJ ELLER "OMÖJLIGT ATT AVGÖRA", INGEN MOTIVERING KRÄVS.] (1 poäng)

c) Lös differential ekvationen  $xy'(x) + 3y(x) = \ln(x)$ ,  $x > 0$  och  $y(1) = 1$ .

[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS, DU FÅR DOCK FRITT REFERERA TILL KÄNDA SATSER.] (4 poäng)

**Svar:**

**Slut.**