

Svar till kortuppgifter .

Varning: Ibland så skriver jag korta kommentarer om lösningarna. Dessa är **inte bevis** utan korta ledtrådar som förhoppningsvis kan hjälpa någon att förstå hur jag resonerat mig fram till svaret.

Kortuppgifter till den 8e Oktober:

i) Rita en sketch av Newton-Rappsons metod för en konvex funktion $f(x)$. Kan man dra slutsatsen att lösningsapproximationerna $x_2, x_3, x_4, \dots$ är antingen ökande eller minskande?

Svar: Sekvensen $x_2, x_3, x_4, \dots$ kommer att vara antingen ökande eller minskande.

ii) Kan en konvex funktion $f(x)$ ha en inflexionspunkt?

Svar: Nej (titta på definitionen)

iii) Ge ett allmänt uttryck för alla funktioner som är samtidigt konvexa och konkava.

Svar: $ax + b$.

iv) Antag att $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ är en konvex funktion på $\mathbb{R}$. Vad är a ?

Svar: $a = 0$ ($f''(x) = 6ax + 2b$ så om $f''(x) \geq 0$ så är $a = 0$ (och $b \geq 0$).)

Kortuppgifter till den 9e Oktober:

i) Om $f(x) \geq 0$ kommer $\int f(x)dx$ att vara växande?

Svar: Ja ($D \int f(x)dx = f(x) \geq 0$ och om derivatan är icke negativ så är funktionen växande.)

ii) Om $f(x)$ är deriverbar och avtagande kommer $\int f(x)dx$ att vara konvex?

Svar: Inte nödvändigtvis ($D^2 \int f(x)dx = f'(x) \leq 0$ så $\int f(x)dx$ är konvex endast om $f'(x) = 0$, dvs om f är konstant.)

iii) Om $\int f(x)dx$ är konstant kommer $f'(x) = 0$?

Svar: Ja (Faktum är att om $\int f(x)dx$ är konstant så är $0 = D \int f(x)dx = f(x)$ så $f(x) = 0$.)

iv) Jag har tidigare sagt att om vi vet något om en funktion så vet vi något om inversen. Nu så är derivatan invers till den primitiva funktionen. Vilka regler för derivatan motsvarar partiell integration och variabelsubstitution?

Svar: Partiell integration $\Leftrightarrow$ produktregeln. Variabelsubstitution $\Leftrightarrow$ kedjeregeln.

v) Kan en funktion ha oändligt många lokala maximum punkter?

Svar: Ja (Tex $\cos(x)$ eller $\sin(1/x)$ är exempel.)