

En Guide till hur man Pluggar för Tentan.

1 Hur man Läser Matte.

Att läsa matte är en väldigt aktiv process. Det handlar inte om att bara skumma texten. Att läsa matte är att aktivt återskapa och internalisera texten man läser. Försök följa följande lista av uppslag när du läser textboken:

1. Läs definitionerna noga.
 - (a) Memorera dem!
 - (b) Vad har de för betydelse intuitivt? Kan du förklara dem med en bild, tex hur ser grafen av en trappfunktion ut, eller hur relaterar derivatan till en funktions graf (via tangenten så klart) etc.
2. Läs satserna noga
 - (a) Titta noga på formuleringen av satserna. Vad säger satsen?
 - (b) Vad är det viktigaste med satsen?
 - (c) Memorera satsen.
 - (d) Vilka definitioner använder satsen?
 - (e) Stryk under de antagande som görs.
 - (f) Kan du hitta ett motexempel till satsen om ett visst antagande tas bort?
3. När du läser ett bevis så försök att vara aktiv.
 - (a) Kan du bevisa satsen själv? - gör ett försök! Om du inte klarar att bevisa den själv så läs beviset noga och försök igen. Varje sats i boken är också en bevisuppgift!
 - (b) Markera noga när varje antagande används.
 - (c) Hur används definitionerna. Många satser följer ganska lätt genom att bara skriva ner definitionerna av det som antas och slutsatsen noga (med en liten beräkning som knyter ihop de två). Bevisen blir därför ofta enkla för att vi har valt definitionerna rätt.
 - (d) Vilka andra satser används i beviset. Vi bygger upp matematiken från enkla satser till mer avancerade. Vikten av en sats kan ibland bara ses genom att vara uppmärksam på hur den används i senare bevis. Satserna är inte isolerade företeelser utan passar in i en större struktur. Precis som ett hus inte är en mängd plankor (definitioner) och spikar (satser), utan hur plankorna har sammanfogats med spikarna, så är inte matematiken en mängd definitioner och satser - utan hur satserna och definitionerna knyts samman till en abstrakt struktur som hjälper oss att lösa svåra problem.
 - (e) När du läser beviset försök att förstå varför varje steg görs. Var aktiv när du läser, rita grafer. När du läst beviset försök att gå tillbaka och se hur bevisets olika delar passar ihop.
4. Titta noga på de räkneregler som introduceras.
 - (a) De kan vara exempel beräknade i boken eller algoritmer hur man behandlar ett visst problem (såsom hur rationella funktioner integreras på sid 269.)
 - (b) Hur föreklaras beräkningarna genom användandet av teorin (såsom standardgränsvärden, partiell integration, kedjeregeln).

- (c) Observera att vissa satser, ofta de mest abstrakta satserna, är nödvändiga för att ett problem överhuvud taget ska vara meningsfullt. Tex så är det satsen om mellanliggande värden som gör det meningsfullt att försöka lösa ekvationen $\cos(x) = 1/\sqrt{5}$ - utan satserna som säger att cosinus är kontinuerlig och satsen om mellanliggande värden kan vi inte vara säkra på att ekvationen har en.

2 Övrig hjälp.

Det ovanstående täcker Persson-Böiers ganska väl. Men följande stöd finns att hitta på kurshemsidan.

Gränsvärden: Jag skrev något skräp där jag försökte förklara $\epsilon - \delta$ -definitionen. Kanske kan det vara till hjälp. Texten ligger under Johns skräp.

Kortfrågor: Jag hoppas på att kunna lägga upp en lista med alla kortfrågor ni fått under terminen med svar under Johns skräp på kurshemsidan. Kortfrågorna borde vara till hjälp att förstå satser och hur koncept hänger ihop i kursen.

Gamla Tentor och KSar: På kurshemsidan så ligger det flera gamla tentor och KSar. Jag kommer garanterat att titta på gamla tentor när jag skriver er tenta. Det finns även en träningstenta på kurshemsidan som ger en liten indikation om hur tentan kommer att se ut.

Kontorstid ??? Jag kanske skulle kunna ha lite kontorstid några dagar före tentan om behov finns.

3 Förkunskapskrav och Modul 1 (gymnasiekunskaper).

Det mesta från kapitel 0-1 är sådant som ni borde kunna från gymnasiet (trigonometriska funktioner, logaritmer, polynom och beräkningar med dessa). Det är viktigt att ni kan det inför tentamen. Detta matreal ingår i modul 1. Det stora nya i Modul 1 är gränsvärdesbegreppet.

Läsning för modul 1: Kapitel 0-2 i Persson-Böjers.

Om du när du studerar inför modul 1 så bör du göra följande:

3.1 Beräkningar i Modul 1:

Du skall kunna genomföra följande beräkningar:

1. Absolutbelopp (Sidan 43.)

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

Jag kommer inte att föreslå vilka tal ni ska beräkna. Det är en övning att hitta vilka tal som du tycker ser intressanta ut i Persson-Böjers. Det handlar lite om att ta ansvar för ditt eget lärande, identifiera vad som är lätt och vad som är svårt och hur mycket övning just du behöver.

2. Olikheter (sid 22-24)

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

3. Elementära funktioner och deras inverser ($\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$, $\arctan(x)$ etc.).

- (a) Trigonometriska funktionerna, räknelagar (additionsformler, omskrivning med hjälpvinkel etc.) etc. (se sidan 98-116).

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

- (b) Logaritmer (sidan 78-86).

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

- (c) Polynom och rationella funktioner (sid 47-70).

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

(d) Potens och exponentialfunktioner (sid 70-78)

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

4. Beräkna standardgränsvärden (kapitel 2)

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal Kan beräkna enkla tal direkt utifrån $\epsilon - \delta$ -definitionen

5. Kunna avgöra om en funktion är kontinuerlig.

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal .

6. Beräkna asymptoter.

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal .

7. Titta på de sista blandade övningarna i kapitel 1 och välj ett par att beräkna.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

8. Titta på de sista blandade övningarna i kapitel 2 och välj ett par att beräkna.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

3.2 Teori i Modul 1.

Du förväntas vara bekant med följande teori för att kunna bli godkänd på en given modul. Att vara bekant med teorin innebär att känna till satserna, när de är tillämpbara (vilka antaganden som görs) och ha en känsla för hur de hänger ihop med varandra och de beräkningar som görs. Om du hoppas på ett högre betyg bör du även kunna bevisen.

1. Triangelolikheten (Sats 1 sid 46)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

2. Faktorsatsen och polynomdivision (Sats 2-3 sidan 53)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

3. Standardgränsvärden (Sats 8 sid 76)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

4. Standardgränsvärden (Sats 9 sid 83)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

5. Standardgränsvärden i sektion 2.4 (sid 160-162)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

6. Standardgränsvärden för sin (Sats 13 sid 116, Sats 14 sid 117)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

7. Räknelagar för gränsvärden (Sats 1-5 sid 140-141)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

8. Appendix C.

(a) Lemma 1, sidan 501 (Intervallinkapslingssatsen)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

(b) Lemma 2, sidan 503 (Bolzano-Weierstrass sats)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

- (c) Sats 1 sid 504 (Satsen om mellanliggande värden)
Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen
- (d) Sats 2 sid 506 (" $f(x)$ kontinuerlig $\Rightarrow f(x)$ begränsad")
Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen
- (e) Sats 3 sid 507 (" $f(x)$ kontinuerlig $\Rightarrow f(x)$ antar max/min värde")
Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen
- (f) Sats 4-5 sid 508-509 (Inte lika viktiga som föregående satser.)
Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen
- (g) Sats 6 sid 511 (" $f(x)$ kontinuerlig $\Rightarrow f(x)$ likformigt kontinuerlig")
Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

Persson-Böiers har lagt den här teorin i ett appendix för att den är abstrakt - inte för att den är onödig. Appendix C underbygger väldigt mycket av den teori vi gör i kursen. Om du vill ha ett högre betyg så ska du studera appendixet noga. Observera att i princip alla bevis bygger på idén i Bolzano-Weierstrass sats. Om du förstår den satsen så är de övriga bara olika tillämpningar på samma idéer.

Även om du inte siktar på ett högre betyg så hoppas jag att du i alla fall tittar på de här satserna.

3.3 Viktiga Definitioner i Modul 1.

Många definitioner specificerar terminologi, såsom vad ett maxvärde respektive ett lokalt maxvärde är, eller vad vi menar med avtagande. Du skall kunna de definitionerna och kunna använda dem i dina bevis och beräkningar. Men det finns ett par definitioner som är mycket viktigare och har teoretiskt innehåll. Vi listar dessa definitioner här:

1. $\epsilon - \delta$ -definitionen (sid 136). Detta är den viktigaste definitionen i analysen och den ligger till grund för all matematisk analys.
Jag har förstått definitionen
2. Definition 3 sid 156 (definition av talet e).
Jag har förstått definitionen
3. Definition 1 sidan 37 (definition av funktionsbegreppet - observera att vi definierar funktioner abstrakt. Det finns tal att räkna på funktionsbegreppet (1.1-1.8) om det skulle behövas.)
Jag har förstått definitionen
4. Definition 2 sidan 509 (definition av likformigt kontinuerlig.)
Jag har förstått definitionen

4 Modul 2

4.1 Beräkningar i Modul 2:

Du ska läsa kapitel 3-4 i Persson-Böiers (utom sektion 3.7-3.8).

Du skall kunna göra följande beräkningar:

1. Beräkna derivator, speciellt skall du kunna
 - (a) Beräkna derivatorna av de elementära funktionerna (\sin , \cos , $\log e^x$ etc.).
 - (b) Kunna använda kedjeregeln, produktregeln, kvotregeln, inversa funktioners derivator.

Jag har valt och beräknat en snuskig mängd derivator (kapitel 3 i Persson-Böiers)

2. Använda derivatan tillsammans med asymptoter och singulära punkter för att rita grafer (se sektion 4.1 sid 225-229).

Kryssa när du känner dig säker på kurvritning

3. Använda derivator för att hitta lokala extremvärden och lösa enkla optimeringsproblem (sektion 4.2-4.3 sid 229-240)

Kryssa när du känner dig klar

4. Approximativt hitta lösningar till ekvationer med Newton-Rapsons metod (Sats 4 sid 248)

Kryssa när du känner dig klar

5. Beräkna ett par tal från blandade problem från kapitel 3-4.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

4.2 Teori i Modul 2:

1. Sats 1 sidan 193 (" $f(x)$ deriverbar $\Rightarrow f(x)$ kontinuerlig").

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

2. Sats 2 sid 194 (räknelagar)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

3. Sats 3 sid 197 (Kedjeregeln - beviset är lite knepigt så fokusera på varför satsen måste vara sann)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

4. Sats 4 sid 199 (inversa funktionens derivata - beviset känns som formeltragglande och är inte jätteviktigt.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

5. Titta igenom standardderivatornas härledning i sektion 3.4 det är viktigt att ha sett dem och att med lite hjälp kunna härleda dem - speciellt att förstå att de växer fram ur teorin fokusera på derivatan av e^x , $\ln(x)$, $\sin(x)$ och $\cos(x)$ och x^α .

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

6. Sats 13 sid 210 ($f' = 0$ vid extrempunkt - viktig sats!)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

7. Sats 14 sid 211 (Medelvärdessatsen - observera att den följer enkelt från föregående sats.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

8. Sats 15-16 sid 214-215 (observera att dessa följer direkt av medelvärdessatsen)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

4.3 Viktiga definitioner i modul 2

1. Definition 1 sidan 187 (derivatans definition - försök förstå varför och hur detta gränsvärde relaterar till förändringen av en funktion, och tangentlinjen till dess graffunktion.)

5 Modul 3

Läs kapitel 5 i Persson-Böiers.

5.1 Beräkningar i Modul 3:

Kapitel 5 (och Modul 3) handlar mycket om beräkningar du bör därför beräkna många, väldigt många, tal.

1. Du skall kunna hitta primitiva funktioner till de elementära funktionerna.

Läst teorin (sektion 5.1) Valt och beräknat tillräckligt med tal

2. Du skall kunna partialbråksuppdelning av rationella funktioner och kunna integrera de elementära partialbråken (dvs. $A/(x - \alpha)^n$ och $(Ax + B)/(x^2 + ax + b)^n$). Titta på sektion 5.2 i Persson-Böiers.

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

3. Du skall kunna hitta primitiva funktioner med partiell integration.

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

4. Du skall kunna hitta primitiva funktioner med hjälp av variabelsubstitution.

Det finns ett fåtal "standardsubstitutioner" i sektion 5.3 och 5.4. Skriv en lista av standardsubstitutionerna och se till att du minns dem och kan använda dem till att lösa tal.

Läst teorin Valt och beräknat tillräckligt med tal

5. Beräkna ett par tal från blandade problem från kapitel 5.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

5.2 Teori i Modul 3.

1. Sats 1 sid 262 (Partiell integration).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

2. Sats 2 sidan 264 (variabel substitution)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

3. Försök också att reflektera över övriga beräkningar du gör. Tänk inte "Det här är ett tal man måste partialbråksuppdelning." Tänk istället "Eftersom det är i princip omöjligt att se den primitiva funktionen till den här knepiga rationella funktionen så skriver jag om den som en summa av enklare funktioner som jag direkt kan se den primitiva funktionen till." Tänk på varför du gör det du gör och försök övertyga dig om att det är naturligt. Om det bara är en algoritm som du memorerar så kommer du att glömma den på ett par veckor.

6 Modul 4.

Läs kapitel 6 i Persson-Böiers.

6.1 Beräkningar i Modul 4:

Modul 4 är ganska teoretisk och de flesta svåra beräkningarna gjordes i modul 3. Du skall dock kunna följande:

1. Beräkna integraler med insättningsformeln.

Kryssa när du känner dig klar .

2. Göra uppskattningar av integraler (se sektion 6.3 i Persson-Böiers).

Kryssa när du känner dig klar .

3. Avgöra om en generaliserad integral är konvergent eller divergent med hjälp av jämförelse principer etc.

Kryssa när du känner dig klar .

4. Beräkna ett par tal från blandade problem från kapitel 6.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

6.2 Teori i Modul 4.

1. Sats 1 sid 296 (Den här är lätt, se till att du förstår den - att förstå den är viktigare än beviset)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

2. Sats 2 sid 297 (också lätt - se till att du förstår den)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

3. Sats 3 sidan 298 (Kontinuerliga funktioner är integrerbara - en extremt viktig sats! Skall du kunna bevisa en sats från den här modulen så är det den här!)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

4. Sats 4 sid 300 (Intuitivt okay om man förstår föregående sats - beviset mindre viktigt än beviset till föregående sats).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

5. Sats 5 sid 302 (En sats som används hela tiden för beräkningar - viktigare att kunna och att förstå varför den är sann än att kunna bevisa den.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

6. Sats 6 sid 304 (Följer lätt av (11) is sats 5)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

7. Sats 7 sidan 304 (Medelvärdessatsen. Världigt viktig, men enkel om du har läst appendix C).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

8. Sats 9 sidan 306 (Analysens huvudsats, världigt viktig).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

9. Sats 10 sidan 308 (Insättningsformeln - används hela tiden för beräkningar.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

10. Sats 11 sidan 316 (Jämförelsesatsen - viktigare att känna till än att kunna bevisa.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

6.3 Viktiga definitioner i Modul 4.

1. Definition 1 sidan 295 (Observera att vi bygger hela integralkalkylen på att vi kan beräkna ytan av ett gäng rektanglar).

Jag har förstått definitionen

2. Definition 2 sidan 296 (Den här definitionen är jätteviktig att förstå. Utan att förstå den och analysens huvudsats så kan man inte förstå vad primitiva funktioner har att göra med ytor.)

Jag har förstått definitionen

3. Definition 4 sidan 311 (Generaliserade integraler)

Jag har förstått definitionen

4. Definition 5 sidan 314 (generaliserade integraler med obegränsad integrand.)

Jag har förstått definitionen

7 Modul 5

Modul 5 behandlar differentialekvationer och tillämpningar av integralen. Läs kapitel 7.1-7.5, 7.9 och kapitel 8 i Persson-Böiers (Vi diskuterade aldrig sektion 8.8 och 8.9 på föreläsningarna. De är inte lika centrala så du behöver inte läsa dem lika noga).

7.1 Viktiga beräkningar i modul 5.

1. Göra beräkningar av areor under grafer.

Läst teorin (sektion 7.1) Valt och beräknat tillräckligt med tal

2. Beräkna massa och volym av enkla kroppar (främst rotationskroppar)

Läst teorin (sektion 7.2-7.3) Valt och beräknat tillräckligt med tal

3. Ha viss förståelse av parametrering av kurvor och använda det för att beräkna längden av en kurva på parameterform.

Läst teorin (sektion 7.4) Valt och beräknat tillräckligt med tal

4. Beräkna ytan av en rotationskropp.

Läst teorin (sektion 7.5) Valt och beräknat tillräckligt med tal

5. Kunna använda integralen för att uppskatta enkla serier.

Läst teorin (sektion 7.9) Valt och beräknat tillräckligt med tal

6. Beräkna ett par tal från blandade problem från kapitel 7.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

7. Du skall kunna lösa linjära första ordningens differentialekvationer.

Läst teorin (sektion 8.2) Valt och beräknat tillräckligt med tal

8. Du skall kunna lösa separabla diff. ekv. (sektion 8.3)

Läst teorin (sektion 8.3) Valt och beräknat tillräckligt med tal

9. Lösa integralekvationer

Läst teorin (sektion 8.4) Valt och beräknat tillräckligt med tal

10. Hitta homogena lösningar till andra ordningens linjära diff. ekvationer med konstanta koefficienter

Läst teorin (sektion 8.6) Valt och beräknat tillräckligt med tal

11. Hitta partikulärlösningen till enkla andra ordningens differential ekvationer. Observera att det är bara sex fall listade i Persson-Böiers. Skriv ner listan och hitta, i alla fall, ett tal av varje typ.

Läst teorin (sektion 8.7) Identifierat de sex typerna av högerled Valt och beräknat tillräckligt med tal

12. Beräkna ett par tal från blandade problem från kapitel 8.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem

7.2 Viktig teori i Modul 5

Modul 5 har väldigt mycket med att göra beräkningar och att lösa diff. ekvationer är det viktigaste. Det finns dock ett par satser som är av viss vikt - även om teorin inte är lika viktig (eller svår) som i Modul 4.

1. Ha en förståelse för varför formlerna för volymen av kroppar, längden av parametriserade kurvor och ytan av rotationskroppar är rimliga. Dvs lär dig inte bara beräkna tal från 7.1-7.5 utan tänk även igenom varför vi använder de formler vi gör (Behöver jag ens skriva att man ska tänka igenom varför en formel är rimlig? Jag hoppas att det inte behövs.).

2. Sats 1 sid 353 (Cauchys integralkriterium. Beviset är inte superviktigt, och jag känner att Persson-Böiers inte går igenom tillräckligt mycket teori om serier för att beviset ska bli riktigt stringent, men se till att du förstår satsen.)

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

3. Sats 1 sid 386 (skriva lösningar som $y_h + y_p$. Beviset är inte så viktigt.).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

4. Sats 2 sid 389 (Hur man hittar lösningar m.h.a. det karakteristiska polynomet.).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

5. Sats 3 sid 392 (lösningar med sin och cos).

Läst och förstått satsen Kan bevisa satsen

6. Du skall även kunna härleda lösningarna till linjära och separabla första ordningens diff. ekvationer.

Kan härleda formeln för linjära diff. ekv. Kan härleda formeln för separabla diff. ekv.

7.3 Viktiga definitioner i Modul 5.

Modul 5 har inte så många jätteviktiga definitioner. I alla fall inte så många djupa definitioner. Ni ska kunna terminologi. Såsom *linjära ekvationer*, *partikulär lösning*, *karakteristiskt polynom* etc. Men de definitionerna är inte jättedjupa utan mest enkla beskrivande termer. Den djupaste förståelsen av begrepp ni behöver är varför formlerna för längder, ytor och volymer funkar. Ni kommer att prata mer om det i flervariabel analysen - men det är lika bra att börja tänka på formlerna redan nu.

8 Modul 6.

Modul 6 handlar om Maclaurin och Taylorserier. Läs kapitel 9 i Persson-Böiers.

8.1 Beräkningar i Modul 6

1. Du skall kunna beräkna Taylor och Maclaurinpolynom och serier för enkla funktioner.

Läst teorin (sektion 7.1) Valt och beräknat tillräckligt med tal

2. Du skall kunna använda Taylor och Maclaurinpolynom för att approximera funktioner och uppskatta felet med hjälp av resttermen (Lagranges eller svag form).

Läst teorin (sektion 9.1-9.4) Valt och beräknat tillräckligt med tal

3. Du skall kunna använda Taylor och Maclaurins formel för att beräkna gränsvärden (l'Hospitals regel eller direkt).

Läst teorin (sektion 9.7) Valt och beräknat tillräckligt med tal

4. Du skall kunna använda Taylor och Maclaurins formler för att uppskatta integraler.

Valt och beräknat tillräckligt med tal \square

5. Beräkna ett antal blandade problem från kapitel 9.

Valt och beräknat tillräckligt med tal från blandade problem \square

8.2 Viktig Teori i Modul 6.

1. Sats 1 sid 425 (Maclaurins formel - det absolut viktigaste är att du förstår den här formeln. Att den är naturlig och varför den ser ut som den gör och varför resttermen är viktig. Om du förstår satsen så kan du enkelt bevisa den.).

2. Sats 2 sid 427 (annan form på resttermen - se till att du kan de olika typerna av resttermer men beviset är inte superviktigt.)

3. Sats 3 sid 428 (entydighet)

4. Sats 4 sid 432 (Du behöver inte memorera den här satsen - jag är mest intresserad av att du vet att det finns listor på standardutvecklingar.)

8.2.1 Viktiga definitioner i Modul 6.

Modul 6 har inga djupa definitioner. Men se till att du kan terminologin såsom *restterm*, *Maclaurin polynom* etc.