

Uppgifter v47 del 1 SF1602 Diff. Int.

1: Läs avsnitt 7.9 i Persson-Böjers före föreläsningen den 20e November.

2: Det är inte mycket läsning den här veckan så så ta tid att repetera - avsätt en hel eftermiddag eller kväll redan nu. Fokusera på kapitel 2-6 och appendix C i Persson-Böiers. Jag har börjat att arbeta med ett stöd för tentaplugget som du kan hitta under "Johns skräp" där kan du se hur jag vill att du läser matte. Försök att läsa aktivt och se hur teorin hänger ihop mellan kapitlen, hur definitioner stöder bevisen och hur satserna hjälper dig att beräkna tal. Ta också någon timme att bläddra igenom övningsboken och välj ett par uppgifter att beräkna från varje kapitel som repetition.

3: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers.

a) 7.46, 7.47, 7.50, 7.72, 7.73

4: Titta igenom följande uppgifter. Vi kan komma (jag ska i alla fall försöka att hitta tid) att diskutera dem på föreläsningen den 20e November:

i) Är Cauchys integralkriterium (Sats 1 på sidan 353) sant utan antagandet att $f(x)$ är avtagande? Hitta ett motexempel.

ii) Är Cauchys integralkriterium sant utan antagandet att $f(x) \geq 0$? Hitta ett motexempel.

iii) Vilka av följande serier är konvergenta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{n}$ och för vilka konstanter α och C är $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{C}{n^\alpha}$ konvergent?

iv) Är volymen av följande rotationsvolym ändlig: Volymen som fås då ytan mellan $\frac{1}{x}$ och x -axeln då $x \geq 1$ roteras kring x -axeln.

KOMMENTAR: När den store filosofen Hobbes såg det här resultatet lär han ha uttryckt: "to understand this for sense, it is not required that a man should be a geometer or a logician, but that he should be mad." Kanske är matematiken endast för oss förryckta - och inträdet i matematiken kostar oss vårt förstånd.

v) Är volymen av följande rotationsyta ändlig: Ytan som fås då grafen av $y = \frac{1}{x}$ då $x \geq 1$ roteras kring x -axeln?

5: Läs avsnitt 8.1 och 8.2 i Persson-Böiers före föreläsningen den 21a November.

6: Beräkna följande tal

a) 8.1, 8.2a), 8.3a), 8.4 **b)** 8.5a), 8.6a), 8.9ac) **c)** 8.11, 8.16 och 8.71

På övningen den 25e November kommer ni att beräkna 7.49, 7.74, 8.3b) 8.5d), 8.12, 8.17, 8.76 och 8.80.

7: Titta igenom följande uppgifter. Vi kan komma (jag ska i alla fall försöka att hitta tid) att diskutera dem på föreläsningen den 21a November:

vi) En termostat ser till att temperaturen, $T(t)$, i tidpunkten t förändras enligt $T'(t) = 20 - T(t)$ vilka är de temperaturer som termostaten håller konstant.

vii) Skriv ner en differentialekvation vars lösning $y(x)$ växer då $y(x) \leq -1$, avtar då $y(x) > 1$ och inte förändras (med avseende på x) då $y(x) = 1/2$.

viii) Låt $f(x)$ vara en given kontinuerlig funktion på $\mathbb{R}$. Kommer $y(x) = \int_0^x f^2(t)dt$ att lösa differentialekvationen $y'(x) = f^2(x)$?

ix) Låt $G(x)$ vara en deriverbar funktion och $h(x)$ en kontinuerlig funktion på $\mathbb{R}$. Vilken differentialekvation löser $y(x) = e^{-G(x)} \left(\int h(x)e^{G(x)} dx \right) + Ce^{-G(x)}$?

8: Bevisuppgift 1: [LEIBNITZ KRITERIUM.] Antag att $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ är en sekvens av reella tal så att

i) $a_n \geq 0$ för alla n

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

iii) a_n är avtagande, dvs $a_{n+1} \leq a_n$ för alla n .

Då kommer $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ att konvergera. Bevisa detta!

Du får gärna använda följande steg:

1. Sätt $S(k) = \sum_{n=1}^k (-1)^{n+1} a_n$ och konstatera att vi vill bevisa att $\lim_{k \rightarrow \infty} S(k)$ existerar. (Detta är ju definitionen för att summan $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ ska vara konvergent.)
2. Bevisa att $S(2k+1) \geq S(2k+2) \geq S(2k) \geq 0$.
3. Bevisa att $S(2k+1) \leq S(2k-1)$. Dra slutsatsen att $S(1) \geq S(2k+1)$ för alla k .
4. Använd Steg 2 och 3 för att bevisa att sekvensen $S(2), S(4), S(6), \dots, S(2k), S(2k+2), \dots$ är en växande och uppåt begränsad sekvens. Kan vi dra några slutsatser om växande och uppåt begränsade sekvenser?
5. Använd att $S(2k) = S(2k-1) - a_{2k}$ för att bevisa att $\lim_{k \rightarrow \infty} S(2k-1) = \lim_{k \rightarrow \infty} S(2k)$ och slutför ditt argument.

Jag vill att ni har tid att repetera en del den här veckan och dessutom så vill jag använda tentamensfrågorna lite som repetition därför så är det inga tentamensfrågor på den här veckans uppgiftslapp. Om ni saknar dem så oroa er inte, ni kommer att få en tentamensfråga på modul 4 på nästa lapp... Om någon lever under villfarelsen att avsaknad av tentamensfrågor, och ganska lite läsning, på den här lappen betyder att ni har ledigt så läs punkt 2 igen!

TENTAMENSANMÄLAN ÖPPNAR DEN 25e NOVEMBER VIA "MINA SIDOR". ANMÄL DIG!!!

Kontorstid: Fredagen den 22a November 15-16.