

Uppgifter v49 del 1 SF1602 Diff. Int.

1: Läs avsnitt 9.1-9.3 i Persson-Böjers före föreläsningen den 3e December.

2: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers.

a) 9.1, 9.2, 9.4, 9.6ad **b)** 9.7, 9.11, 9.12abcdef **c)** 9.15a, 9.16, 9.21

3: Titta igenom följande uppgifter. Vi kan komma (jag ska i alla fall försöka att hitta tid) att diskutera dem på föreläsningen den 3e December:

i) Rita grafen av två funktioner $f(x)$ och $g(x)$, definierade på $[-1, 1]$, så att $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ för alla n men $f(1/2) \neq g(1/2)$?

ii) Kan man, för varje $C > 0$ och $\epsilon > 0$, hitta en funktion $f_{C,\epsilon}(x)$ definierad på hela $\mathbb{R}$ så att

$$|f_{C,\epsilon}(x) - p_8(x)| > C \quad \text{för något } |x| < \epsilon$$

där $p_8(x)$ är Maclaurinpolynomet av ordning 8 till $f_{C,\epsilon}$. Vad betyder detta?

iii) Om tredje ordningens Maclaurinpolynom till $f(x)$ är $p(x) = 1 + 3x^2 + \frac{1}{2}x^3$ vad är fjärde ordningens Maclaurinpolynom till funktionen $F(x) = \int_0^x f(t)dt$?

iv) Om Maclaurinpolynomet av ordning tre till $f(x)$ är $p(x) = 2 + x^2$ vad är Maclaurinpolynomet till ordning tre till $g(x) = f(x^2)$?

v) Om $f(x)$ har Maclaurinpolynomet $p_2(x) = 2 + x + x^2$ vad är då andra ordningens Taylorpolynom i punkten $x = 2$ till $f(x - 2)$?

4: Läs avsnitt 9.4-9.7 i Persson-Böjers före föreläsningen den 4e December.

5: Beräkna följande tal

a) 9.24, 9.26, 9.28, 9.31 **b)** 9.33, 9.35, 9.36, 9.38a **c)** 9.39a, 9.43, 9.47, 9.48a, 9.49a

På övningen den 6e December kommer ni att beräkna 9.13, 9.17, 9.22, 9.25, 9.34, 9.37.

6: Titta igenom följande uppgifter. Vi kan komma (jag ska i alla fall försöka att hitta tid) att diskutera dem på föreläsningen den 4e December:

vi) Om $f(x)$ är udda och deriverbar till ordning 5, vad är då $f''(0)$, $f^{(4)}(0)$?

vii) Om $f(x)$ är kontinuerligt deriverbar på $\mathbb{R}$, måste då $|f(x) - f(0)| \leq M|x|$ där $M = \max_{|\xi| \leq |x|} |f'(\xi)|$? Varför, varför inte?

Om $f(x)$ är två gånger kontinuerligt deriverbar på $\mathbb{R}$, måste då $|f(x) - f(0) - f'(0)x| \leq M|x|^2$ där $M = \max_{|\xi| \leq |x|} \frac{|f''(\xi)|}{2}$? Varför, varför inte?

viii) Om $f(x)$ har kontinuerliga derivator av alla ordningar på $\mathbb{R}$ och $|f(x) - ((x - 3) + (x - 3)^4)| \leq 12|x - 3|^7$ vilken är den högsta ordningens Taylorpolynom vi kan ange för $f(x)$, i punkten $x = 3$, baserat på den givna informationen. Vad är Taylorpolynomet till $f(x)$ av den största ordning som vi kan vara säkra på?

ix) Om Taylorpolynomet av ordning tre i punkten $x = 1$ till $f(x)$ är $p_3(x) = -4 + (x - 1) + \frac{1}{6}(x - 1)^3$, kan vi utifrån denna information beräkna $f^{(3)}(0) = 0$? $f(x)$ är tre gånger kontinuerligt deriverbar i hela $\mathbb{R}$.

x) Antag att $f(x)$ är kontinuerligt deriverbar på $\mathbb{R}$ och att Taylorpolynomet av ordning tre i punkten $x = a$ är $p_3(x) = 6 + x + 4x^3$, för alla punkter $a \in \mathbb{R}$, vilken funktion är $f(x)$?

Tentamensfråga: [Del 1, Modul 5]

1. Låt $f(x)$ vara en lösning till följande differential ekvation $f'(x) = f(x)^3$, och $f(0) = a$. För vilka a är $f(x)$ garanterat strikt växande. [ANGE ALLA VÄRDEN a .] (1poäng)

2. Hur många lösningar har följande differentialekvation: $(y')^2 = \cos(x) - 3$.

[SVARA MED ETT TAL ELLER "OÄNDLIGT MÅNGA".] (1poäng)

3. Lös följande differentialekvation:

$$y' + (1 + y^2)x^2 = 0.$$

Med initialdata $y(0) = 1$. För vilka x är lösningen definierad?

[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS.] (4poäng)

Tentamensfråga: [Del 2] En kanon skjuter en kula med vinkeln $\pi/4$ radianer mätt av i relation till markplanet, som ges av $y = 0$, kulans hastighet vid tiden $t = 0$ är $\sqrt{2}$. Om kulans position vid tidpunkten t ges av $(x(t), y(t))$. Kulans hastighet i y -riktningen bestäms för $t > 0$ av Newtons ekvation $y''(t) = -1$, $y(0) = 0$ och kulans hastighet antas vara konstant i x -riktningen. Beräkna hur långt kulan färdas från att den avfyras i $t = 0$ tills den träffar markplanet $y = 0$.

[FULLSTÄNDIG MOTIVERING KRÄVS.] (6poäng)

TENTAMENSANMÄLAN ÄR ÖPPEN. ANMÄL DIG!!!

ANMÄLAN FÖR KS3 är ÖPPEN, TILLS 1a DECEMBER, VIA "MINA SIDOR". ANMÄL DIG!!!

Kontorstid: Fredagen den 6e December 11-13 utanför mitt kontor på matteinstitutionen (två trappor över elevexpeditionen ring på telefonen utanför korridoren för att bli insläppt).