

Uppgifter vecka 37 SF1602 Diff. Int.

Namn: _____ **E-mail:** _____

1: Läs avsnitt 1.6-1.8 i Persson-Böjers. Kryssa i följande ruta när du är klar \square .

2: Beräkna följande uppgifter i övningsboken. (Det kan vara bra att titta på punkt 3 redan nu.) Kryssa över de uppgifter du klarade, ringa in de du inte klarade eller tyckte var svåra.

a) 1.52 ace, 1.54ace, **b)** Rita grafen i 1.51, 1.55, 1.58, 1.59, 1.60 b (rita även a,c,d graferna om du tycker att grafitning är svårt) **c)** 1.61 ac, 1.62, 1.64 ace **d)** 1.65, 1.6, 1.72 ace, 1.74 cd **e)** 1.75-1.78 (du behöver inte använda ϵ -definitionen) **f)** 1.82, 1.84, 1.85, 1.87 ace, 1.90 ac **g)** 1.92abd

Din övningsledare kommer att beräkna 1.54 b), 1.62, 1.72 d) 1.76 c), 1.78 bc) och 1.86 på övningen den 13e September.

3: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 9e September. Behöver i regel inga långa beräkningar. Med lite träning bör du kunna se svaret efter kort betänketid eller efter en liten skiss eller kortare beräkning.

WARNING: Vissa frågor är kuggfrågor. Det vill säga, de ber dig att göra något som är omöjligt. Ofta när man gör matematik så försöker man visa något som är fel - det är därför viktigt att du lär dig identifiera när arbetshypotesen är felaktig.

i) Vi vet att, för säg alla $q > 0$ och $a > 1$, $\frac{x^q}{\ln(x)} \rightarrow \infty$ och att $\frac{a^x}{x^q} \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$. Så x^q , växer mot oändligheten snabbare än $\ln(x)$ men a^x växer snabbare än x^q . Men vilken funktion, om någon, går mot oändligheten snabbast av alla funktioner?

ii) Antag att $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$ följer det att $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)} = \infty$?

iii) Antag att $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \infty$ följer det att $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{f(x)} = 0$?

iv) Låt $f(x)$ och $g(x)$ vara polynom. Om $f(\alpha) = \beta$ och $g(\beta) = 0$ finns det då ett polynom $q(x)$ så att

$$g \circ f(x) = (x - \alpha)q(x)?$$

v) Finns det ett polynom $q(x)$ så att

$$e^{x^2-1} - 1 = (x - 1)q(x)?$$

vi) Är $\frac{113 \times 112 \times 111 \times \dots \times 53 \times 52}{2 \times 3 \times \dots \times 61 \times 62}$ ett heltal?

vii) Vilka av följande påståenden är sanna för varje funktion $f(x)$ definierad på de reella talen

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ implicerar att $\lim_{x \rightarrow 0} f(2x) = 0$,

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ implicerar att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(2x) = 0$,

c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$ implicerar att $\lim_{x \rightarrow 3} f(2x) = 0$?

viii) Hitta en begränsad funktion $f(x)$ så att dess invers $f^{-1}(x)$ är definierad på \mathbb{R} , dvs. $D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$.

ix) Är $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$? Om inte så hitta ett motexempel.

4: Läs avsnitt 1.9-1.11 i Persson-Böjers före föreläsningen den 10e September. Kryssa i följande ruta när du är klar \square .

5: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers. (Det kan vara bra att titta på punkt 6 redan nu.)

a) 1.93 **b)** 1.96 ace **c)** 1.98, 1.100, 1.102, 1.104 **d)** 1.106 ace, 1.112 **e)** 1.115-1.117 bara ab **f)** 1.123, 1.126 **g)** 1.130 acd

På övningen den 13e kommer ni att beräkna 1.97 och 1.128.

6: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 10e September.

i) Vilket värde, om något, antar dessa gränsvärden? Gissa, du behöver inte bevisa dina svar med ϵ -definitionen.

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\pi}{x^3} & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 7 \ln(x)^2}{3x + 14} & \lim_{x \rightarrow 3} |x| \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^7 + x^3 - 48x}{2x^7 - 9x^3} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(1/x)}{\sqrt{x}} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \sin(x) + 8}{|x| + 17} \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+4)(x-3)}{x-3} & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{5(x-3)} & \lim_{x \rightarrow 5} \cos(1/(x-5)) \end{array}$$

ii) För vilka funktioner f är $f(\sin(x))$ en funktion?

iii) Gäller följande utsaga: "Om $|f(x-2) - 3| \leq |x|$ så följer det att $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 3$?"

iv) Om $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ följer det då att $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$?

v) Antag att $a > b > 1$ och $x > 0$ gäller det då att $a \log(x) > b \log(x)$?

vi) Antag att $f(x)$ är begränsad av B , dvs. att $f(x) \leq B$ följer det att $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \leq 3$ förutsatt att gränsvärdet existerar?

vii) Gäller följande: "Om $f(x)$ inte är jämn så är $f(x)$ udda."?

viii) Givet en funktion f definierad på $] -1, 1[$ kan man skriva f som summan av en jämn och udda funktion?

ix) Antag att f är en udda funktion och att $f(3) = 16$, vad är $\int_{-3}^3 f(x) dx$?

x) Om f är en udda funktion vad är $f(0)$?

xi) Vilka av följande påståenden är sanna om $f(x)$ är strängt växande?

a) $f(-x)$ är strängt avtagande.

b) $f(x)^2$ är strängt avtagande?

xii) Låt $f(x)$ vara en funktion definierad på $[-1, 1]$ vilka av följande påståenden är sanna?

a) $f \circ \sin(x)$ är periodisk?

b) $\sin \circ f(x)$ är periodisk?

xiii) Låt $-1 \leq \kappa \leq 1$ och x ett godtyckligt reellt tal. Finns det tal a och b så att $a^2 + b^2 = 1$ och

$$a \sin(x) + b \cos(x) = \kappa?$$

xiv) Finns det reella tal a och k så att ekvationen $ax + k = \tan(x)$ inte har någon lösning?

xv) Vad är följande gränsvärde: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cosh(x^3)}{\sinh(x^3)}$?

7: Bevisa Sinussatsen genom att använda Areasatsen.

8: **Problemuppgift:** En klockmakare har tillverkat ett pendelur där pendeln är menad att ha svängningstid på en sekund. Han hoppas att pendeln efter $t > 0$ sekunder från att klockan startar (vid $t = 0$) ska vara $f(t) = 10 \sin(2\pi t)$ radianer från viloläget. Efter 24 timmar så mäter han så pendelrörelsen så noggrant han kan (med 4 siffror) och konstaterar att pendelns position ges av

$$f(t) = 2\sqrt{20} \sin(2\pi t) + 4 \cos(2\pi t).$$

Klockmakaren, som är helt säker på att klockan inte går mer än ett par hundradelar fel efter ett dygn, ber dig uppskatta hur lång tid det kommer att ta för klockan att gå en hel minut fel.

KOMMENTAR: Den här frågan kommer förhoppningsvis att stimulera till lite fritt tänkande. Den är lite oortodox så ett svar kommer att publiceras under "Johns skräp" på kurshemsidan:

<http://www.math.kth.se/math/GRU/2013.2014/SF1602/CTFYS/>

Kommentarer till kursen i allmänhet: _____

Lämna tillbaka detta blad på föreläsningen den 10e September.