Uppgifter vecka 38 SF1602 Diff. Int.

Namn: ________________________________**E-mail:**____________________

1: Läs avsnitt 2.1 och 2.4 i Persson-Böjers läs också igenom *"Gränsvärden Komplettering"* som kommer att publiceras under "Johns skräp" på:

http://www.math.kth.se/math/GRU/2013.2014/SF1602/CTFYS/

Kryssa i följande ruta när du är klar □.

2: Beräkna följande övningsuppgifter. (Det kan vara bra att titta på punkt 3 redan nu.) Kryssa över de uppgifter du klarade, ringa in de du inte klarade eller tyckte var svåra.

a) Beräkna övningarna i *"Gränsvärden Komplettering"*, använd $\epsilon-$definitionen.

Beräkna sedan följande i Persson-Böjers övningsbok:

b) 2.1 bcd, 2.2, 2.3acd, 2.4, 2.5, 2.7ac (du behöver inte använda $\epsilon-$definitionen) **c)** Välj några tal från 2.8 att beräkna (du behöver ine använda $\epsilon-$definitionen) **d)** 2.9a (inte $\epsilon-$definitionen)

Din övningsledare kommer att beräkna 2.3 b), 2.6, 2.7c) något från 2.8, 2.9b) på övningen den 19e September.

3: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 17e September. Behöver i regel inga långa beräkningar. Med lite träning bör du kunna se svaret efter kort betänketid eller efter en liten skiss eller kortare beräkning.

VARNING: Vissa frågor är kuggfrågor. Det vill säga, de ber dig att göra något som är omöjligt. Ofta när man gör matematik så försöker man visa något som är fel - det är därför viktigt att du lär dig identifiera när arbetshypotesen är felaktig.

i) Gäller följande påstående: "Om gränsvärdet $\lim_{x\to c} f(x)$ inte existerar så existerar inte $\lim_{x\to c} f^2(x)$."?

ii) Antag att $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 2$ och $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 1$, vad är $\lim_{x\to 1} f(x)$?

iii) Om $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$ följer det då att $\lim_{x\to 3} f(x) = 2\lim_{x\to 3} g(x)$?

iv) Antag att det existerar ett $\delta > 0$ så att $|f(x) - \pi| < \frac{1}{100}$ för alla x så att $|x-2| < \delta$. Följer det att det finns ett $\delta > 0$ så att $|f(x) - \pi| < \frac{1}{10}$ för alla x så att $|x-2| < \delta$?

v) Antag att det existerar ett $\delta > 0$ så att $|f(x) - 3| < \frac{1}{100}$ för alla x så att $|x-2| < \delta$. Följer det att det finns ett $\delta > 0$ så att $|f(x) - 2| < \frac{1}{10}$ för alla x så att $|x-2| < \delta$?

vi) Antag att det för varje $\delta > 0$ finns ett $\epsilon_\delta > 0$ så att $|f(x) + 2| < \epsilon_\delta$ för alla x så att $|x+7| < \delta$. Följer det att $\lim_{x\to -7} f(x) = -2$?

4: Läs rsten av kapitel 2 (förutom rekursiva funktioner) i Persson-Böjers före föreläsningen den 18e September. Kryssa i följande ruta när du är klar □.

5: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers.

a) 2.10 och 2.11abfg **b)** 2.14abc (titta gärna på 2.12 och 2.13 som har lösningar om du kör fast) **c)** 2.16a, 2.17, 2.19 **d)** 2.22abc, 2.23ab 2.24ab **e)** 2.25 och 2.28

På övningen den 19e kommer ni att beräkna 2.21 och 2.24c.

6: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 18e September.

i) Har $x^3 + 78x^2 - 13x + 16 = 0$ någon lösning? Varför eller varför inte?

ii) Antag att $f(x) > g(x)$ för alla $x \in (0,1)$. Följer det att $\lim_{x\to 1^-} f(x) > \lim_{x\to 1^-} g(x)$?

iii) Antag att $f(x)$ är kontinuerlig på $[0,1)$. Vilka av följande gränsvärden existerar garanterat:

a) $\lim_{x\to 0^+} f(x)$?

b) $\lim_{x\to 1-} f(x)$?

c) $\lim_{x\to 1/2} f(x)$?

b) $\lim_{x\to 1/2} \frac{f(x)}{|f(x)|}$?

iv) Om $\lim_{x\to c} f(x) = \infty$ vad är $\lim_{x\to c} \sin(f(x))$?

v) Antag att $f(x)$ och $g(x)$ är kontinuerliga på $[-3,\infty)$ vilka av följande gäller

a) $f(x) + g(x)$ är kontinuerlig.

b) $f(x)g(x)$ är kontinuerlig.

c) $\frac{f(x)}{g(x)}$ är kontinuerlig.

7: Bevisuppgift 1 (lätt). Antag att $f(x)$ är en funktion på $[-5,5]$. Bevisa att om $\lim_{x\to 2} f(x) = 1$ så är $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 1$.

8: Bevisuppgift 2 (svår). Bevisa att om $a > 1$ så är kommer funktionen $f(n) = (a)^{1/n}$ som är definierad från $\mathbb{N}$ till $\mathbb{R}$ att satisfiera följande: $\lim_{n\to\infty} f(n) = 1$ utan att använda att exponentialfunktionen är kontinuerlig. Med andra ord: bevisa att $\lim_{n\to\infty} a^{1/n} = 1$.

Förslagsvis så använder gör du ditt bevis i följande steg:

1. Drag slutsatsen att $a^{1/n} > 1$, dvs $a^{1/n} - 1 > 0$.
2. Definiera $a_n = a^{1/n} - 1$ och visa att $a^{1/n} \to 1$ om och endast om $a_n \to 0$
3. Visa att $a = (1 + a_n)^n$, använd sedan binomialsatsen för att visa att $0 < a_n < \frac{a-1}{n}$.
4. Använd föregående steg till att visa att $a_n \to 0$.

9: Problemuppgift: Ett rymdskepp närmar sig jorden och befinner sig vid tidpunkten t i en position som kan anges i koordinaterna (x, y, z) där

$$x = \frac{7t^2 + 2e^{-t}}{t^2+1} \sin\left(\frac{t^3 + 6t^2 + 2t + 17}{2t^2+4}\right), \quad y = \frac{7t^2 + 2e^{-t}}{t^2+1} \cos\left(\frac{t^3 + 6t^2 + 2t + 17}{2t^2+4}\right), \quad z = 0,$$

där alla enheter mäts i $10^{10}m$.

Kaptenen som tror att detta innebär att han kommer att lägga sig i omloppsbarna kring jorden ber dig beräkna skeppets ungefärliga position, som en funktion av t, om väldigt lång tid (dvs när t är väldigt stort).

Information, lösningar, kommentarer etc. kan komma att publiceras under ”Johns skräp“ på kurshemsidan:

http://www.math.kth.se/math/GRU/2013.2014/SF1602/CTFYS/

Kommentarer till kursen i allmänhet:____________________________________

Lämna tillbaka detta blad på föreläsningen den 24e September.

Kontorstid vecka 38: Fredag klockan 15-16 i mitt kontor, två trappor upp i klocktornet på borggården. Ring 7214 på telefonen utanför dörren till Optimering och Systemteori.