

Uppgifter vecka 39 SF1602 Diff. Int.

Namn: _____ **E-mail:** _____

1: Läs avsnitt 3.1-3.4 i Persson-Böjers före föreläsningen den 24e September. Kryssa i följande ruta när du är klar \square .

2: Beräkna följande övningsuppgifter i Persson-Böjers övningsbok. Kryssa över de uppgifter du klarade, ringa in de du inte klarade eller tyckte var svåra.

a) 3.1, 3.2, 3.3, 3.5a) 3.6, 3.7a) 3.8

b) Välj många av uppgifterna i 3.9-3.14 och räkna dessa. Räkna tills du tycker att talen blir tråkigt enkla och räkna därefter ett par till.

c) 3.18 a), 3.21 och 3.22

3: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen 24e September. Frågorna behöver i regel inga långa beräkningar. Med lite träning bör du kunna se svaret efter kort betänketid eller efter en liten skiss eller kortare beräkning.

WARNING: Vissa frågor är kuggfrågor. Det vill säga, de ber dig att göra något som är omöjligt. Ofta när man gör matematik så försöker man visa något som är fel - det är därför viktigt att du lär dig identifiera när arbetshypotesen är felaktig.

i) Finns det någon funktion $f(x)$ definierad på $[0, 1]$ så att $f'(x) \geq 0$ för alla x och f är ökande? Är alla sådana f strikt ökande?

ii) Om $f \geq g$ följer det att $f' \geq g'$?

iii) Antag att $f(x)$ är kontinuerlig i en punkt x^0 . följer det att f är deriverbar i x^0 ?

iv) Om $f'(x) > g'(x)$ för alla x följer det att $f(x) > g(x)$?

v) Om $f(x) > 0$ finns det någon funktion g så att $\frac{df(x)g(x)}{dx} = \sin(2x)$?

vi) Antag att f och g är deriverbara funktioner så att $f(x) \geq g(x)$ för alla x och för någon punkt x_0 så gäller $f(x_0) = g(x_0)$. Vad kan man säga om relationen mellan derivatorna $f'(x_0)$ och $g'(x_0)$?

4: Läs kapitel 3.5, 3.6 och 3.8 i Persson-Böjers före föreläsningen den 25e September. Kryssa i följande ruta när du är klar \square .

5: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers.

a) 3.26, 3.27a), 3.29, 3.30 och 3.36

6: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 25e September.

i) Om $f(x)$ är kontinuerlig på $] - 1, 1[$ kommer f att antaga ett maximum på det intervallet?

ii) Antag att $f(x)$ är en funktion definierad på $[1, -1]$ och $f(-1) = -1$, $f(1) = 1$ existerar det då ett $x_0 \in [-1, 1]$ så att $f(x_0) = 0$?

iii) Låt $f(x)$ vara en deriverbar funktion på $[-1, 1]$. Existerar det någon funktion g så att $g'(x) = f'(x)$ och $g(0) = 0$?

iv) Om $f'(x) > 0$ för alla $x \in \mathbb{R}$ följer det att $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$?

v) Antag att $f(x)$ är deriverbar på $[0, \infty)$ och att $f'(x) \geq 1$. Kommer $f(x) \rightarrow \infty$ då $x \rightarrow \infty$?

vi) Antag att $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara på $[0, \infty)$, $f'(x) \geq 1$ och $g'(x) = 2f'(x)$. Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$?

7: Bevisuppgift. Bevisa (5) och (6) i sats 2 på sidan 194 i Persson-Böjers utan att titta på bevisen i boken. Om du har en äldre upplaga så är det summa och produktregeln för derivering. Jämför dina bevis för motsvarande bevis av summa och produktregeln för gränsvärden (Sats 2 sidan 140 i Persson-Böjers).

Kommentarer: _____

8: Bevisa att om $f(x)$ är deriverbar och om $f(x) \leq f(x_0) + a|x - x_0|$ för någon punkt x_0 och något tal $a \geq 0$ så $f'(x_0) \leq a$.

9: Problemuppgift: Darth Vader har bestämt sig för att bygga en berg och dalbana på sitt senaste rymdskepp för att ha någon förströelse så att han slipper plågas av tankarna om sitt misslyckade faderskap.

Darths trognaste rådgivare Stor Moff Tarkin oroar sig över projektet. Han är rädd att om vagnen i berg och dalbanan skulle släppa från rälsen så skulle Darth, enligt Newtons första lag, fortsätta rätlinjigt med konstant hastighet ut i rymden.

Vader låter sig inte skrämmas av något så futtigt som naturlagar och bygger en berg och dalbana som löper längs centralaxeln (x-axeln) av sitt rymdskepp. Berg och dalbanan färdas med en konstant hastighet av $10m/s$ i x-riktningen och följer kurvan $f(x) = \sin^2(x)$.

Redan vid första åket så visar sig Stor Moffens farhågor vara riktiga och efter en sekunds färd, dvs när Darth befinner sig 10 meter från startläget i x-riktningen och på höjden $\sin^2(10)$ meter över däck, så släpper vagnen från rälsen och Darth kastas handlost ut i rymden.

Stor Moff Tarkin beslutar sig för att skicka en räddningsexpedition efter Darth och ber dig beräkna Darths färdväg genom rymden.

Information, lösningar, kommentarer etc. kan komma att publiceras under "Johns skräp" på kurs-hemsidan:

<http://www.math.kth.se/math/GRU/2013.2014/SF1602/CTFYS/>

Kommentarer till kursen i allmänhet: _____

Kontrollskrivning på övningen den 27e September! Den 1a kontrollskrivningen kommer att ske på övningen den 27e September.

Kontrollskrivningen kommer att ha tre frågor. Den första frågan består av 8 korta delar liknande de frågor under punkt 3 och 6 på detta blad. Du kommer inte att behöva motivera dina svar på fråga 1. Fråga 2 och 3 på KSen kommer att vara räknetal av den typ du hittar i Persson-Böjers övningsbok. Du skall motivera dina svar noga i fråga 2 och 3.

Inför kontrollskrivningen skall du kunna kapitel 1 och 2 i Persson-Böjers (mer specifikt: teori om funktioner (definitionsområde, värdemängd), sammansättningar, inversa funktioner, Elementära funktioner (sin, cos, logaritmer etc.), gränsvärden, kontinuitet och grafitning.

Trots att vi har diskuterat ϵ -definitionen väldigt mycket så kommer den inte att ingå i den här kontrollskrivningen.

Några sista frågor om kursbelastningen.

Hur många timmar i veckan lägger du på kursen? _____

Hur mycket av det är beräkningar ur Persson-Böjers? _____

Ungefär hur lång tid tog det att göra "kortfrågorna" i uppgift 3 och 6 på detta blad? _____

Lämna tillbaka detta blad på föreläsningen den 1a Oktober.

Kontorstid vecka 39: 13-15 (rökpaus vid ca kl 14) Fredagen den 27e September i mitt kontor, två trappor upp i klocktornet på borggården. Ring 7214 på telefonen utanför dörren till Optimering och Systemteori.