

Uppgifter vecka 45 SF1602 Diff. Int.

1: Läs, eller läs om, avsnitt 6.1 och 6.2 i Persson-Böjers före föreläsningen den 5e November. Kryssa i följande ruta när du är klar $\square$.

2: Beräkna följande uppgifter i Persson-Böjers.

a) 6.1abce) **b)** 6.2 **c)** 6.3, 6.4

På övningen den 18e Oktober kommer ni att gå igenom Kontrollskrivningen och beräkna 6.1, 6.6 samt tentamensfrågorna nedan.

3: Titta igenom följande uppgifter. Vi kan komma (jag ska i alla fall försöka att hitta tid) att diskutera dem på föreläsningen den 15e Oktober:

i) Kommer $\lim_{t \rightarrow y} \left[\frac{d}{dt} \int_0^{\sin(t)} \arcsin(x) dx \right] = y \cos(y)$ för alla $y \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$?

ii) Om $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{för } x \neq 0 \\ 1 & \text{för } x = 0 \end{cases}$ kommer då $f'(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{för } x \neq 0 \\ 0 & \text{för } x = 0 \end{cases}$?

iii) Antag att $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$ och $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$ för någon integrerbar funktion $f(x)$ definierad på $[0, 2]$. Vad är $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} f(x) dx$?

iv) Vad är $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_x^{x+1} e^{\frac{t^2-1}{t^2}} dt$?

v) Vad är $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \arctan x dx$?

4: Kontrollskrivning 2 kommer att ske på föreläsningstid den 6e November.

5: Bevisuppgift: Antag att $f(x)$ är definierad på $[-1, 1]$, $f(x) \geq 0$ och att $f(x)$ är integrerbar.

1. Visa att om $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ och om $f(x)$ är kontinuerlig så är $f(x) = 0$ på två sätt:

(a) Genom Integralkalkylens Medelvärdessats.

(b) Genom att använda integralens definition och definitionen av kontinuitet.

LEDTRÅD: *Motsägelseargument.*

2. Visa att kontinuitetsantagandet är nödvändigt genom att visa att $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ för

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{för } x \neq 0 \\ 1 & \text{för } x = 0, \end{cases}$$

dvs. $f(x) \neq 0$ och $f(x) \geq 0$ men integralen är noll.

Som en förberedelse för tentamen och som repetition så kommer ni att få tentamensuppgifter varje vecka i period 2. Tentamensfrågorna kommer sedan att behandlas på övningen.

6: Tentamensfråga: [Del 1, Modul 1]

1. Var är $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + \cos(x)}{4x^7 + 3}$? INGEN MOTIVERING KRÄVS. (1 poäng)

2. Ange (den naturliga) värdemängden V_f och definitionsmängden D_f då $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} \sin(x))$.
INGEN MOTIVERING KRÄVS. (1 poäng)

3. Ange samtliga lösningar till $\sin(|x-2|) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. MOTIVERA DITT SVAR. (4 poäng)

7: Tentamensfråga: [Del 2]

1. Ange värdet av

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos(x)}{h}.$$

INGEN MOTIVERING KRÄVS. **(1 poäng)**

2. Bevisa ditt svar utifrån ϵ –definitionen.

LEDTRÅD: *Du kan antaga, utan bevis, att $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1$ och $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$.*

MOTIVERA DITT SVAR. **(5 poäng)**