

## Kontrollskrivning nr 1 SF1603 FlerVariabelAnalys onsdag 26 februari 2014

Ordinarie skrivtid 105 minuter. Inga hjälpmedel. Alla införda beteckningar skall förklaras. Alla resonemang skall kunna följas.

**1 a)** Antag att  $\Pi$  är ett tangentplan till en sfär  $\Sigma$ . Finns det då alltid ett *annat*, *parallellt* plan  $\tilde{\Pi}$ , som även det är ett tangentplan till  $\Sigma$ ?  
Ditt svar till denna del a) behöver inte innehålla några formler eller kalkyler.

**b)** Antag nu att  $\Pi$  är ett tangentplan till ytan

$$\mathcal{H} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \delta ,$$

där det fixa talet  $\delta$  är  $+1$  eller  $-1$ . (Här är  $a, b$  och  $c$  positiva konstanter.)  
Finns det då alltid ett *annat* (distinkt, skilt) parallellt plan  $\tilde{\Pi}$ , som även det är ett tangentplan till  $\mathcal{H}$ ?  
Du måste motivera Ditt svar med formler och/eller kalkyler.

**2.** Låt  $r$  beteckna avståndet från origo i planet och  $t$  beteckna tiden. En viss vattentemperatur  $V = V(r, t)$  i planet antages satsifiera differentialekvationen

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} , \quad \text{då } r > 0 , t > 0 .$$

Det finns lösningar på formen  $V = g\left(\frac{r^2}{t}\right)$ . Bestäm alla sådana lösningar.

**3.** En kulle beskrivs av grafen  $z = \exp\left(-\frac{x^2}{2} - 2y^2\right)$ .

a) Var är denna kulle brantast?

b) Hur brant är kullen där den är som brantast?

Lycka till !