KTH Matematik, Jockum Aniansson.

Tentamen kurs SF1626 Flervariabelanalys för IT1 och ME1,
måndagen den 19 maj 2008 klo. 14 – 19.

Inga hjälpmedel. / Den som har godkänt på kontrollskrivning nr i får automatiskt full poäng på uppgift nummer i, där $1 \leq i \leq 4$.

De fyra första uppgifterna ger vardera maximalt 3 poäng; övriga ger maximalt 4 poäng, så maximum är 28 poäng. Preliminär betygsgräns för godkänt är 14 poäng. Den som erhåller 13 poäng (preliminärt) får betyg Fx, vilket innebär att Du får möjlighet att *komplettera* till betyg godkänt. Denna komplettering sker preliminärt i samband med den schemalagda kurstentamen som går den 29 maj. Skriv gärna ner Din epostadress på Din tentamen, så kan vi kontakta Dig ifall Du fått betyget Fx. För övriga betygsgränser, se kursPM.

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning.
Lösningsförslaget måste förklaras i ord. Bristande läsbarhet medför poängavdrag.

1.) En person går uppför och nedför en kulle som beskrivs av höjden $z = 20 - (x+2)^2 - y^2$ längs en väg på kullen, vars projektion på xy–planet ges av enhetscirkeln. Var leder vägen brantast uppåt resp. nedåt och hur brant är det där?

2.) Betrakta ytan $S \ : \ 2x + y^3 = 3yz$ i xyz-rummet.
a) När kan man lokalt nära punkten Q lösa ut z som en funktion av de övriga variablerna? Vad händer om Q ligger på z-axeln? Ligger z-axeln på S?

b) När kan man lokalt nära punkten Q lösa ut y som en funktion av de övriga variablerna? Visa att om Q *inte* ligger på parameterkurvan
$\gamma \ : \ \mathbf{r}(t) = (t^3, t, t^2)\,,\ t \in \mathbf{R}\,,$ så går det bra.

c) Ligger parameterkurvan γ på ytan S ?

3.) Bestäm arean av den buktiga ytan $4z + 3\sqrt{x^2+y^2} = 6\ ,\ z \geq 0$.

4.) Låt γ vara en kurva i xy-planet från punkten (x_1, y_1) till punkten (x_2, y_2). Låt f vara en C^1-funktion. Beräkna konturintegralen $\int_\gamma f'(x^2+y^2)(x\,dx + y\,dy)$.

5.) För vilka värden på talet c kan man lösa ekvationen $x^8 y^2 = c\,\exp(x^2 + 3y^{2/3})$? Här är $\exp u = \mathrm{e}^{\,u}$. *Ledtråd.* Ekvationen kan skrivas på formen $c = f(x,y)$.

6.) En oändligt stor äggkartong beskrivs av funktionen $z = 5\cos(x+y) + 3\sin 2(x-y)$. Bestäm de lokala extremvärdena för denna funktion samt klassificera dem.

7.) Låt $D \ : x \geq 1\,,\ y \geq 1$.
Beräkna dubbelintegralen $$\int\!\!\int_D \frac{x-2y}{(x^2+y^2)^2}\,dxdy\,.$$

8.) Området D i första kvadranten begränsas av hyperbeln $x^2 - y^2 = 1\,,$ x-axeln samt den räta linjen från origo till punkten $(x_0, y_0) = (\,\cosh t_0\,,\ \sinh t_0\,)\,,$ där $0 < y_0 < x_0$. Bestäm områdets area.

Lycka till!