

Matematiska Institutionen, KTH

**Problem till övning nr 3 den 28 januari, Linjär algebra D1, SF1604, vt 14.**

1. (E) Bestäm

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 23 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 11 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. (E) Bestäm ett tal  $a$  sådant att vektorn  $(1, 1, a)$  blir en så kallad linjärkombination av vektorerna  $(1, -1, 3)$  och  $(2, 1, 0)$ , dvs bestäm ett tal  $a$  så att det finns reella tal  $\lambda_1$  och  $\lambda_2$  sådana att

$$(1, 1, a) = \lambda_1(1, -1, 3) + \lambda_2(2, 1, 0).$$

3. (E) Visa att punkterna  $(1, 3, 2)$ ,  $(2, 1, 0)$  och  $(3, -1, -2)$  ligger i rät linje, till exempel genom att jämföra vektorerna mellan dessa punkter.
4. (E) Låt  $\bar{u} = (1, 1, -1)$  och  $\bar{v} = (2, 3, 1)$  samt antag att vektorn  $\bar{w}$  är sådan att  $\bar{v} \cdot \bar{w} = -2$  och att vektorerna  $\bar{u}$  och  $\bar{w}$  är vinkelräta mot varandra,  $\bar{u} \perp \bar{w}$ . Bestäm

$$\bar{u} \cdot \bar{v}, \quad \bar{v} \cdot \bar{u}, \quad (\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (3\bar{v} - 5\bar{w}), \quad \|\bar{u}\|,$$

samt cosinus för vinkeln mellan vektorerna  $\bar{u}$  och  $\bar{v}$ .

5. (E) Visa att triangeln med hörn i punkterna  $(1, 2, 1)$ ,  $(2, 3, 1)$  och  $(2, 1, 1)$  är rätvinklig. Bestäm samtliga vinklar och triangelns omkrets.
6. (E) Låt  $\bar{u} = (2, 3, -1)$  och  $\bar{v} = (2, 1, 1)$ . Bestäm längden av projektionen av vektorn  $\bar{u}$  på vektorn  $\bar{v}$ .
7. (E) En rät linje  $\ell$  innehåller punkterna  $P = (1, 0, -1)$  och  $Q = (1, 2, 4)$ . Bestäm en parameterform för linjen. Avgör om punkten  $(1, -2, -6)$  tillhör linjen. Bestäm den punkt på linjen som ligger mitt emellan punkterna  $P$  och  $Q$ .
8. **Fler övningar finns i läroboken. Se förslag i kursPM. Övning ger färdighet.**

**SVAR**

1. 0.
2.  $a = -1$ .
3. -
4.  $\bar{u} \cdot \bar{v} = 4$ ,  $\bar{v} \cdot \bar{u} = 4$ ,  $(\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (3\bar{v} - 5\bar{w}) = 116$ ,  $\|\bar{u}\| = \sqrt{3}$ . Cosinus för vinkeln mellan vektorerna  $\bar{u}$  och  $\bar{v}$  är  $4/\sqrt{42}$ .
5. Vinklarna är  $\pi/2$ ,  $\pi/4$  och  $\pi/4$ . Två sidor har längden  $\sqrt{2}$  och en sida har längden 2.
6.  $\sqrt{6}$
7. Parameterform  $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(0, 2, 5)$ . Mittpunkt är  $(1, 1, 3/2)$ . Ja, den givna punkten tillhör linjen.