

Matematiska Institutionen  
KTH

**Lösningar till lappskrivning nummer 4A till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 21 februari 2012, kl 13.15-13.45.**

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

**OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.**

1. Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 = 0 \end{cases}$$

**Lösning:** Med

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

får vi med hjälp av formeln för minstakvadratlösningen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Skriv upp samtliga ortogonalmatriser  $\mathbf{Q}$  sådana att

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & \frac{1}{3} & d \\ e & f & g \end{pmatrix}$$

för några reella tal  $a, b, c, d, e, f$  och  $g$ . (OBS. Du behöver inte redovisa några räkningar, det räcker att skriva upp samtliga matriser som uppfyller kravet ovan.)

**SVAR:** Följande fyra matriser

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & \sqrt{8}/3 \\ 0 & \sqrt{8}/3 & -1/3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & \sqrt{8}/3 \\ 0 & -\sqrt{8}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & -\sqrt{8}/3 \\ 0 & -\sqrt{8}/3 & -1/3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & -\sqrt{8}/3 \\ 0 & \sqrt{8}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$