Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 4B till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 21 februari 2012, kl 13.15-13.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} x_1 & + & x_2 & = & 1 \\ x_1 & - & x_2 & = & 0 \\ x_1 & & & = & 1 \end{cases}$$

Lösning: Med

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

får vi med hjälp av formeln för minstakvadratlösningen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

2. Skriv upp samtliga ortogonalmatriser $\mathbf{Q}$ sådana att

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & \frac{1}{2} & d \\ e & f & g \end{pmatrix}$$

för några reella tal a, b, c, d, e, f och g. (OBS. Du behöver inte redovisa några räkningar, det räcker att skriva upp samtliga matriser som uppfyller kravet ovan.)

SVAR: Följande fyra matriser

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$