

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några övningar inför lappskrivning nummer 3 på kursen Linjär algebra för D och CL, vt 14.**

1. Undersök om vektorn  $(1, 2, 1, 2)$  tillhör

$$\text{span}\{(1, 2, 3, 4), (1, 0, 1, -1), (2, 1, 1, 0)\}.$$

2. Visa att vektorerna  $(1, 1, 1, 1)$ ,  $(1, 1, -1, -1)$ ,  $(1, -1, 1, -1)$  och  $(1, -1, -1, 1)$  bildar en bas för  $R^4$  och bestäm sedan koordinaterna för vektorn  $(1, 2, 3, 4)$  i denna bas.
3. Bestäm baser för kolonrummet, radrummet och nollrummet till nedanstående matris:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ange också matrisens rang.

4. Undersök om det finns några värden på talet  $a$  för vilka de fyra vektorerna  $(1, 2, 1, 3)$ ,  $(1, 0, -1, 2)$ ,  $(1, 1, 1, 1)$  och  $(2, a, a, 2a)$  blir linjärt oberoende i  $R^4$ .

5. Bestäm dimension och ange en bas för det minsta delrum till  $R^5$  som innehåller vektorerna  $(1, 2, 1, 2, 1)$ ,  $(3, 2, 1, 1, 3)$ ,  $(-1, -1, 2, 1, 1)$  och  $(3, 3, 4, 4, 5)$ .

6. Visa att de vektorer  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  i  $R^4$  som satisfierar ekvationen

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$

bildar ett delrum  $L_1$  till  $R^4$ . Bestäm en bas för detta delrum och ange dess dimension.

7. Låt  $L_2$  vara det delrum till  $R^4$  som består av de vektorer  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  sådana att

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0.$$

Låt  $L_1$  vara som i föregående uppgift. Då gäller att de vektorer som tillhör både  $L_1$  och  $L_2$  bildar ett delrum till  $R^4$ . Bestäm dimension och en bas för detta delrum.

8. Visa att de tre vektorerna  $\bar{e}_1 = (1, 2, -2, 1)$ ,  $\bar{e}_2 = (2, 1, 3, 1)$  och  $\bar{e}_3 = (1, 3, 4, 1)$  är linjärt oberoende i  $R^4$  och komplettera sedan med en vektor  $\bar{e}_4$  så att  $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$  och  $\bar{e}_4$  bildar en bas för  $R^4$ .

9. Bestäm snittet mellan de bägge linjära höljen  $V_1$  och  $V_2$  nedan, dvs bestäm samtliga vektorer som tillhör både  $V_1$  och  $V_2$ :

$$\begin{aligned} V_1 &= \text{span}\{(1, 2, 3, 2, 1), (2, 1, 0, 1, -1), (0, 1, 1, 1, 1)\}, \\ V_2 &= \text{span}\{(2, 1, 3, 1, 1), (0, 2, 3, 1, 2), (1, 1, 1, 1, 0)\}. \end{aligned}$$

OBS 1. Andra uppgiften på lappskrivningen kan eventuellt bli svårare än uppgifterna 5 – 8.

**Lösningar** kommer på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.