Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 5 på kursen linjär algebra II för D, SF1604, vt 14.

1. För en linjär avbildning $A : R^3 \to R^3$ gäller att $A(1,0,0) = (1,2,1)$, $A(0,1,0) = (2,-1,2)$ och $A(0,0,1) = (1,1,1)$.
   (a) Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen.
   (b) Bestäm $A(2,1,0)$.
   (c) Bestäm A:s nollrum, med andra ord avbildningens kärna.
   (d) Bestäm A:s bildrum.
   (e) Givet basen $\bar{f}_1 = (1,1,1)$, $\bar{f}_2 = (1,1,-1)$ och $\bar{f}_3 = (1,-1,0)$. Bestäm avbildningens matris relativt denna bas.

2. Låt A beteckna den linjära avbildning från R^3 till R^3 som består av först en spegling i planet $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$ och därefter en projektion på planet $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$.
   (a) Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.
   (b) Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.

3. Om den linjära avbildningen A vet man att $A(1,2,-1) = (2,2,1)$, $A(0,1,3) = (2,1,1)$ och $A(1,1,1) = (1,1,0)$. Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.

4. Visa att avbildningen A från R^3 till R^3 definierad genom
   $$A(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1,x_2,x_3) \in R^3$$
   inte är linjär.

---

5. Låt $\mathcal{P}_3$ beteckna det vektorrum som består av polynom av grad högst tre. Derivering är en linjär avbildning D på detta rum. Bestäm avbildningen D's matris relativt basen 1, t, t^2 och t^3.

6. Låt $\bar{v}_0$ vara en fix vektor i vanliga tredimensionella rummet och definiera en avbildning genom att
   $$A\bar{u} = \bar{v}_0 \times \bar{u}\ .$$
   Visa att avbildningen är linjär och bestäm avbildningens matris relativt standardbasen om $\bar{v}_0 = (1,1,1)$.

7. (a) Konstruera en linjär avbildning A från R^4 till R^4 sådan att A:s bildrum har dimension 2 och $A \circ A$ avbildar alla vektorer på nollvektorn.
   (b) Visa att detta är omöjligt om A är en linjär avbildning från R^3 till R^3.

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.