KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	kodnr

Kontrollskrivning 1A, 9 april 2014, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE, CMETE mfl.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) Om 87 delar produkten ab av två hela tal a och b så måste 87 dela minst ett av talen a och b.		
b) Om $\text{sgd}(a, b) = D$ så är $\text{sgd}(a^2, b^2) = D^2$.		
c) Alla hela tal a sådana att $a \equiv 32 (\text{mod } 48)$ är delbara med 16.		
d) Det finns precis 50 (multiplikativt) inverterbara element i ringen Z_{51}		
e) Om $A \subseteq B$ så är $B^{\sim} \subseteq A^{\sim}$, (där $X^{\sim}$ betecknar komplementet till X).		
f) Det finns minst en bijektion från de hela talen till de rationella talen.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $A = \{\emptyset, 0, \{0\}, \{\{0\}\}\}$. Ange tre delmängder B, C och D till A sådana att $|B| = 1$, $|C| = 2$, $|D| = 3$ och $B \subseteq C \subseteq D$.

b) (1p) Ange ett element x i ringen Z_{19} sådant att $2x + 9 = 4$.

c) (1p) På mängden $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definieras en relation $\mathcal{R}$ genom

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5)\}$$

Vilken eller vilka av de tre egenskaperna reflexiv, symmetrisk och transitiv har denna relation?

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Bestäm samtliga par av hela tal x och y som satisfierar den Diofantiska ekvationen

$$64x + 75y = 1$$

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm $47^{109} \pmod{15}$.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) En talföljd $a_0, a_1, ...$ definieras rekursivt genom att $a_0 = 2$, $a_1 = 3$ och

$$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2},$$

för $n = 2, 3 \ldots$. Ge ett induktionsbevis för att $a_n = 2^n + 1$.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.