

Matematiska Institutionen,
KTH

Problem till övning nr 5 den 10 april, Diskret matematik CINTE, SF1610, vt 14.

1. (E) Bestäm antalet tal mellan 1 och 900 som inte är delbara med något av talen 4, 5 eller 6.
2. (E) Bestäm antalet ord man kan bilda med hjälp av bokstäverna i ordet DISKRET och som är sådana att inget av orden SIK, RET eller DIS är ett delord, t ex så är ordet DSIKRTE otillåtet eftersom bokstäverna S, I och K kommer efter varandra.
3. (D) Bestäm antalet heltalslösningar till ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20,$$

som är sådana att $0 \leq x_1 \leq 3$, $0 \leq x_2 \leq 4$ och $0 \leq x_3 \leq 5$.

4. (C) En klass som består av 14 flickor och 15 pojkar skall utse tre delgrupper, den gröna, den blå och den gula gruppen, med vardera fem barn. På hur många olika sätt kan dessa grupper bildas om varje grupp skall innehålla minst en flicka.
5. (B) En ”vanlig” sexsidig tärning kastas 8 gånger. Hur stor är sannolikheten att varje antal ”ögon” kommer att förekomma minst en gång.
6. (E) Beräkna

$$\binom{102}{100} + \binom{102}{101}.$$

7. (B) Visa att

$$2\binom{10}{1} + 4\binom{10}{2} + 8\binom{10}{3} + \cdots + 1024\binom{10}{10} \equiv 80 \pmod{81}.$$

8. (C) Visa att

$$\binom{m+n}{r} = \binom{m}{0}\binom{n}{r} + \binom{m}{1}\binom{n}{r-1} + \cdots + \binom{n}{r}\binom{m}{0}$$

9. (D) Visa att om 14 tal väljs på måfå så finns bland dessa 14 tal två vars differens är delbar med 13.
10. (AAAA) Visa att varje följd a_1, a_2, \dots, a_{p+1} av $p+1$ stycken positiva heltal har en delföljd

$$a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_t},$$

sådan att

$$a_{i_1} + a_{i_2} + \cdots + a_{i_t} \equiv 0 \pmod{p}.$$

SVAR.

1. 480.

2. 4692.

3.

$$\binom{23}{3} - \left(\binom{19}{3} + \binom{18}{3} + \binom{17}{3} \right) + \left(\binom{14}{3} + \binom{13}{3} + \binom{12}{3} \right) - \binom{8}{3}$$

4.

$$\binom{29}{5, 5, 5, 14} - 3 \binom{15}{5} \binom{24}{5, 5, 14} + 3 \binom{15}{5, 5, 5} \binom{19}{5, 14}$$

5.

$$\frac{6^8 - \binom{6}{1}5^8 + \binom{6}{2}4^8 - \binom{6}{3}3^8 + \binom{6}{4}2^8 - \binom{6}{5}1^8}{6^8}$$

6. 5253

7. —

8. —

9. —

10. —